

**DESEN TEHNIC**

**GEOMETRIE  
DESCRIPTIVĂ**

## **CUPRINS**

### **PARTEA I - NOTIUNI GENERALE DE DESEN TEHNIC**

**CAPITOLUL 1** INFORMAȚII TRANSMISE PRIN INTERMEDIUL DESENULUI TEHNIC

**CAPITOLUL 2** REPREZENTAREA PIESELOR ÎN PROIECȚIE ORTOGONALA

**CAPITOLUL 3** COTAREA DESENELOR TEHNICE

**CAPITOLUL 4** PRECIZIA PRODUSULUI FINIT

### **PARTEA A - II - A - GEOMETRIE DESCRIPTIVA**

**CAPITOLUL 5** PUNCTUL IN GEOMETRIA DESCRIPTIVA

**CAPITOLUL 6** POZITII RELATIVE A 2 DREPTE SPATIALE

**CAPITOLUL 7** PLANUL IN GEOMETRIA DESCRIPTIVE

**CAPITOLUL 8** POZITII PARTICULARE ALE UNUI PLAN FATA DE PLANELE DE PROIECTIE

**CAPITOLUL 9** POZITII RELATIVE A DOUA PLANE SPATIALE

**CAPITOLUL 11** PUNCTUL SPATIAL SI DREAPTA SPATIALA, IN RAPORT CU UN PLAN OARECARE

**CAPITOLUL 11** METODA SCHIMBARII PLANELOR DE PROIECTIE

**CAPITOLUL 12** METODA ROTATIEI

**CAPITOLUL 13** METODA RABATERII

**CAPITOLUL 14** PROIECTAREA CORPURILOR GEOMETRICE IN SISTEMUL PARALEL ORTOGONAL. STABILIREA VIZIBILITATII CORPURILOR GEOMETRICE

**CAPITOLUL 15** SECTIUNI PLANE IN CORPURI GEOMETRICE

**CAPITOLUL 16** CONSTRUCTIA GRAFICA A DESFASURATELOR CORPURILOR GEOMETRICE

## **BIBLIOGRAFIE**

Partea a 1- a

**NOTIUNI  
,  
GENERALE DE  
DESEN TEHNIC**

---

## Capitolul 1

# 1.1. Informații transmise prin intermediul desenului tehnic

Desenul unui produs finit (bun material) trebuie să asigure exhaustivitatea informațională cu privire la acel produs cu privire la:

✓ *forma și dimensiunile produsului finit* (bun material în construcția de mașini),

✓ *elementele de precizie și de calitate a produsului,*

✓ *locul și rolul funcțional în ansamblul din care face parte* - dacă este vorba de un reper, adică un element component al unui produs care are o logică funcțională conturată,

✓ *materialul, condițiile tehnice și tehnologice de execuție ale produsului.*

Complexitatea informațiilor furnizate de un desen tehnic – informații care asigură comunicarea între concepție și execuție, precum și între producător și client – asigură desenului tehnic un rol determinant în viața unui produs și prin faptul că reprezintă forma cea mai concisă și mai sintetică de comunicare în domeniul tehnic. Acest fapt asigură importanța cunoașterii normelor, a elementelor convenționale utilizate în reprezentarea plană a corpurilor geometrice spațiale și gradul ridicat de universalitate a acestor norme și reguli. Desenul tehnic, ca existență și modalitate de realizare este definit de standarde cu întindere națională, europeană și internațională.

## 1.2. Sistemul național de standardizare

La nivelul României ființează *Institutul Român de Standardizare* – **IRS** – organism de specialitate al administrației publice centrale, subordonate guvernului, care are ca obiect de activitate realizarea strategiei de standardizare, acreditare și certificare în domeniul produselor – bunuri și servicii. IRS este membru al *Comitetului European de Standardizare*

(CEN) și al *Organizației Internaționale de Standardizare* (ISO) și are următoarele atribuțiuni principale:

- ✓ *coordonarea și îndrumarea activităților de standardizare, de acreditare și certificare din România,*
- ✓ *crearea comitetelor tehnice,*
- ✓ *coordonarea și aprobarea programelor de standardizare,*
- ✓ *examinarea proiectelor de standarde române, supunerea lor anchetei publice și aprobarea lor ca standarde române,*
- ✓ *organizarea și coordonarea Sistemului Național de Certificare a Calității,*
- ✓ *acreditarea și notificarea organismelor de certificare și a organismelor de acreditare a laboratoarelor,*
- ✓ *certificarea conformității cu standardele române, gestionarea mărcilor de certificare a produselor,*
- ✓ *reprezentarea intereselor României în organismele internaționale și europene de standardizare.*

Termenul ISO reprezintă abrevierea de la *International Organisation for Standardisation*, adică Organizația Internațională de Standardizare, înființată în anul 1926 sub denumirea de Federația Internațională a Comisiilor Naționale pentru Stabilirea Normelor - *ISA (International Federation of The National Standardising Associations)*, care din anul 1946 poartă actualul nume și este o federație de organisme naționale de standardizare, după cum s-a prezentat anterior.

Activitatea de standardizare națională, precum și lucrările de standardizare internațională și europeană, se desfășoară în cadrul a 316 comitete tehnice – organisme pe domenii de specialitate – înființate cu acordul IRS pe lângă organizații de afaceri (companii, firme, corporații, agenți economici, etc.) și ale administrației publice, precum și pe lângă IRS. Structura și modul de lucru ale comitetelor sunt stabilite prin SR 10000-3. La aceste comitete tehnice participă peste 3000 de experți!

Standardele sunt simbolizate și clasificate alfanumeric pe sectoare, grupe și subgrupe. Sectoarele sunt notate cu o literă – A, B,C,... - grupele sunt notate cu o cifră de la 0 la 9, iar subgrupele cu o a doua cifră de la 0 la 9. De exemplu, sectorul Metalurgie este simbolizat cu litera B, grupa de Metalurgie feroasă cu cifra 1 și subgrupa “Țevi de oțel” cu cifra 4:

<b>Sector</b>	<b>B</b>	<b>Metalurgie</b>
<b>Grupa</b>	<b>B1</b>	<b>Metalurgie feroasă</b>
<b>Subgrupa</b>	<b>B14</b>	<b>Țevi de oțel</b>

În cadrul fiecărei subgrupe, standardele sunt prezentate în ordine numerică și grupate, după caz, în:

- I** standarde internaționale adoptate de standarde române,
- E** standarde europene adoptate de standarde române,
- R** standarde române.

Pentru fiecare standard sunt date următoarele informații: indicativul, anul ultimei ediții și titlul. Pe același rând cu indicativul sunt înscrise:

- ✓ *litera O pentru standardele obligatorii,*
- ✓ *pentru standardele cu modificări, numărul și anul revistei Standardizarea în care a fost publicat textul modificat.*

• Standardele române aprobate înainte de 28 august 1992 au sigla **STAS**, urmată de numărul standardului și de ultimele două cifre ale anului intrării în vigoare, obligativitatea lui și anul în care a fost publicat textul schimbării, dacă este cazul:

**STAS 105-87**

Desene tehnice. Reguli de reprezentare și notare a vederilor și secțiunilor.

**STAS 43-85    O    2/88**

Benzină pentru aviație.

• Standardele române aprobate după 28 august 1992 au sigla **SR**, urmată de numărul standardului și anul ediției:

**SR 74:1994**

Desene tehnice. Împăturire.

• Standardele române identice cu standardele internaționale au sigla **SR ISO (STAS ISO)**, respectiv **SR CEI (STAS CEI)**, iar cele identice cu standardele europene au sigla **SR EN (STAS EN)**. Standardele identice cu documentele de armonizare europene au sigla **SR HD**. Numărul standardului român este același cu cel al standardului internațional, respectiv european adoptat:

**SR ISO 7200:1994**

Desene tehnice. Indicator

**SR EN 22553:1995**

Îmbinări sudate și lipite; reprezentări simbolice pe desene

**ISO – Organizația Internațională de Standardizare** – este o federație mondială compusă din organisme naționale de standardizare (comitete membre ale ISO). Elaborarea standardelor internaționale este, de obicei, încredințată comitetelor tehnice ale ISO. Fiecare comitet membru

---

interesat într-o tematică pentru care a fost creat comitetul tehnic are dreptul să facă parte din acel comitet.

Organizațiile internaționale, guvernamentale sau ne-guvernamentale, care întrețin legături cu ISO participă, de asemenea, la lucrări. ISO colaborează cu *Comisia Electrotehnică Internațională (CEI)* în ceea ce privește standardizarea în domeniul electrotehnic. **EN** este simbolizarea normelor sau standardelor europene.

## **1.3. Standarde generale utilizate în desenul tehnic**

### **1.3.1. Formatele desenelor tehnice**

Desenele tehnice se execută în general manual, în creion sau în tuș folosind instrumente de desen sau cu ajutorul calculatorului prin utilizarea unor programe specifice de grafică. Desenele executate manual pot fi realizate pe coală de hârtie sau de calc în funcție de faza în care se află acestea. Desenele realizate cu ajutorul calculatorului pot fi tipărite cu ajutorul unor terminale cum ar fi: imprimante sau plotter. În funcție de complexitatea ansamblului, subansamblului, sau a piesei se vor reprezenta un număr de proiecții care trebuie să se încadreze într-un anumit format de hârtie.

Formatul reprezintă spațiul delimitat de coala de desen prin conturul de decupare care are dimensiunile  $a \times b$  reprezentat cu ajutorul unei linii continue subțiri. Acest contur este utilizat la decuparea copiei desenului original (fig.1.3).

---

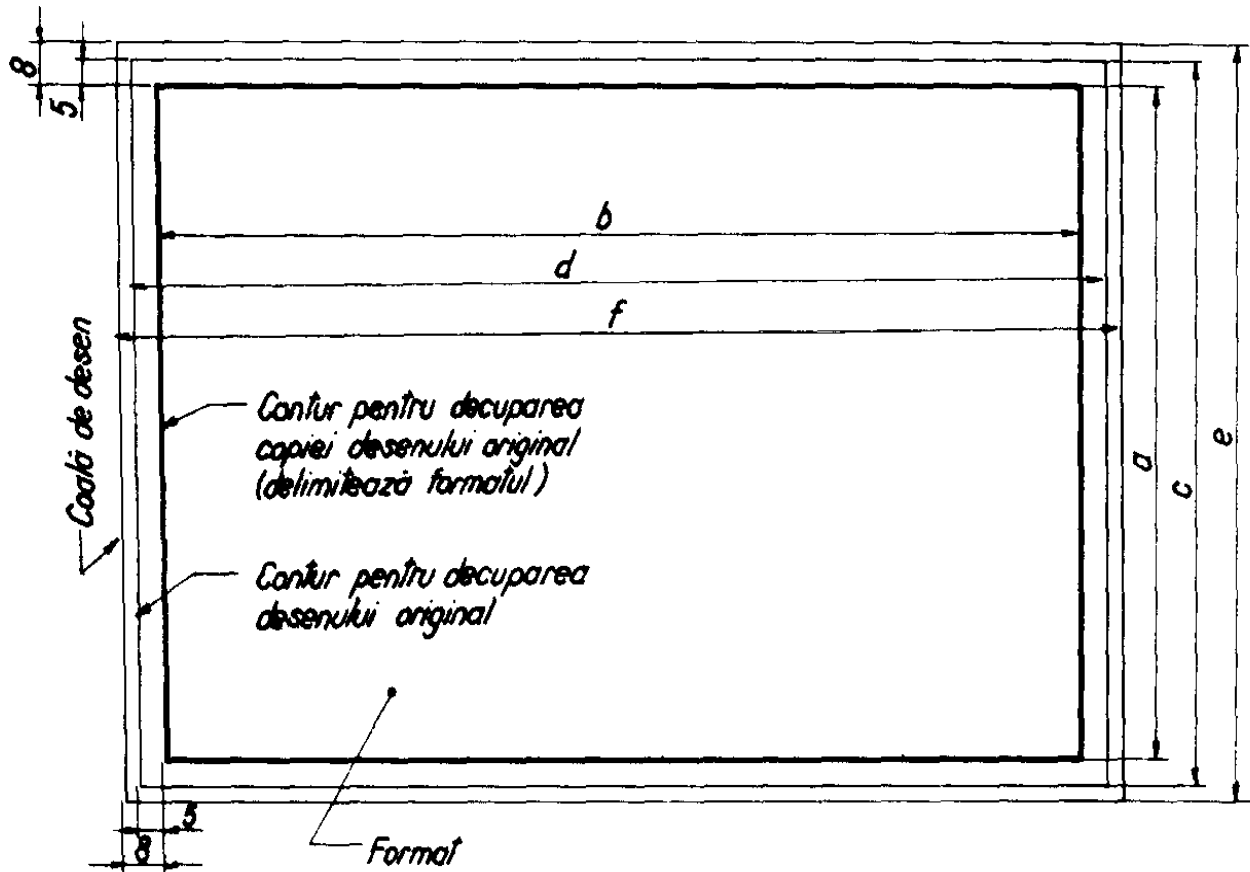


Fig.1.3

Decuparea desenului original se face pe un contur cu 5 mm mai mare decât formatul respectiv și va avea dimensiunile  $c \times d$ .

Coala de desen cu dimensiunile  $e \times f$  trebuie să fie cu 16 mm mai mare decât formatul considerat.

Formatele utilizate în desen **SR ISO 5457-1994** se aleg în următoarea ordine de preferință:

► *Formate preferențiale* sau de bază din seria principală A (tab.1.2):

► *Formate alungite special* se obțin din formatele de bază prin alungirea dimensiunii  $a$ , astfel încât lungimea (respectiv dimensiunea  $b$ ) a formatului alungit să fie multiplu întreg de dimensiune  $a$  a formatului de bază ales. Ordinul de multiplicare este indicat în simbolul formatului (tab.1.3).

► *Formate alungite excepționale* care se obțin prin alungirea dimensiunii  $a$  a formatelor de bază, astfel încât lungimea, respectiv dimensiunea  $b$  a formatului alungit, să fie un multiplu întreg de dimensiunea  $a$  a formatului de bază ales. Ordinul de multiplicare se indică în simbolul formatului (tab.1.4).



Tabelul 1.2

Tabelul 1.3

Tabelul 1.4

Simbolul	$a \times b$ [mm]	Simbolul	$a \times b$ [mm]	Simbolul	$a \times b$ [mm]	Simbolul	$a \times b$ [mm]
A 0	841 x 1189	A 3 x 3	420 x 891	A 0 x 2	1189 x 1682	A 3 x 5	420 x 1486
A 1	594 x 841	A 3 x 4	420 x 1189	A 0 x 3	1189 x 2523	A 3 x 6	420 x 1783
A 2	420 x 594	A 4 x 3	297 x 630	A 1 x 3	841 x 1783	A 3 x 7	420 x 2080
A 3	297 x 420	A 4 x 4	297 x 841	A 1 x 4	841 x 2378	A 4 x 6	297 x 1261
A 4	210 x 297	A 4 x 5	297 x 1051	A 2 x 3	594 x 1261	A 4 x 7	297 x 1471
A 5	148 x 210			A 2 x 4	594 x 1682	A 4 x 8	297 x 1682
				A 2 x 5	594 x 2102	A 4 x 9	297 x 1892

### 1.3.2. Elementele grafice ale formatului folosit la desenare

Elementele grafice care se execută pe un format sunt (fig.1.4):

✓ *zona neutră*, cuprinsă între conturul de decupare și chenar și are lățimea de 10 mm la toate formatele, cu excepția formatelor A4 și A4 x n (formate prelungite), unde are lățimea de 5 mm,

✓ *chenarul*, care delimitează câmpul desenului și se trasează cu linie continuă groasă,

✓ *fâșia de îndosariere*, amplasată pe latura din stânga indicatorului având dimensiunile de 20 x 297 mm; delimitarea acestui spațiu se face cu linie continuă subțire iar pentru o perforare mai precisă a copiei se marchează și mijlocul acestui spațiu,

✓ *indicatorul desenului*, care se reprezintă, de obicei, în colțul din dreapta, lipit de chenar,

✓ *simbolul formatului*, care se înscrie sub indicator, cu dimensiunea nominală de 3,5 mm și la o distanță de 5 mm față de chenar,

✓ *reperele de centrare*, dispuse la mijloacele laturilor formatului de desen au scopul de a poziționa corect formatele la multiplicarea sau la microfilmarea lor; reprezentarea acestora se face cu linie continuă groasă, începând de la conturul de decupare a copiei și depășind chenarul cu 5 mm,

✓ *reperele de orientare*, (fig.1.5) reprezentate sub forma unor triunghiuri trasate cu linie continuă subțire, sunt amplasate pe laturile formatului cu dimensiunea  $a$  și  $b$ ; aceste repere coincid cu reperele de centrare, ele indicând poziția în care trebuie ținut desenul pentru a putea fi

citit (unul din repere este dirijat către desenator iar al doilea către partea stângă a acestuia),

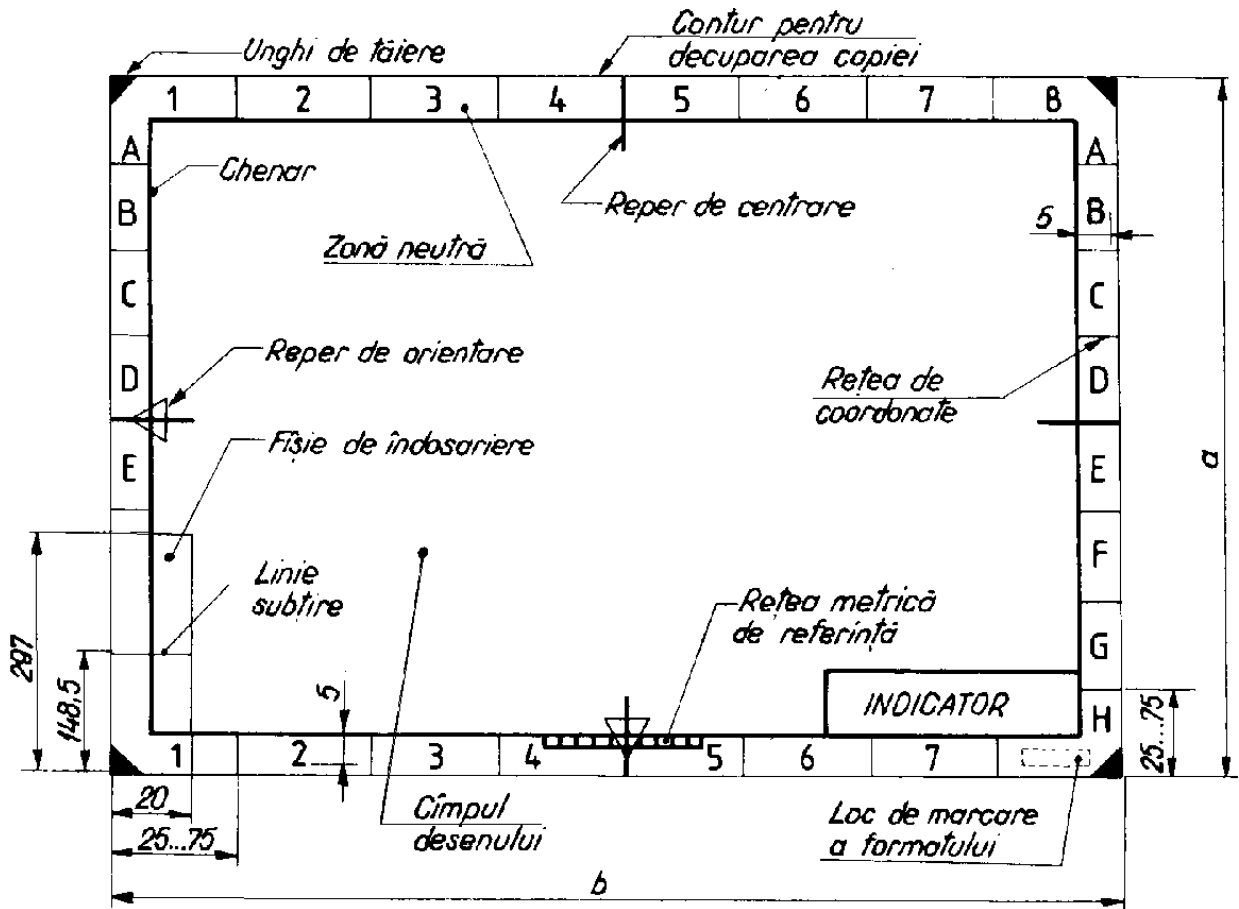


Fig.1.4

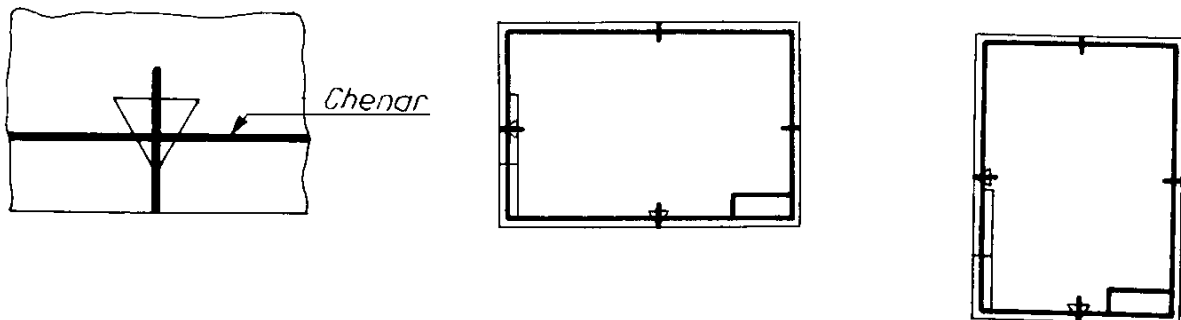


Fig.1.5

✓ *gradația metrică de referință*, se recomandă a fi executată pe toate formatele care au lungimea de minimum 100 mm și este divizată în centimetri și cu lățimea de 5 mm; se reprezintă cu linie continuă groasă în zona neutră, lipită de chenar și simetrică față de un reper de centrare (fig.1.6),

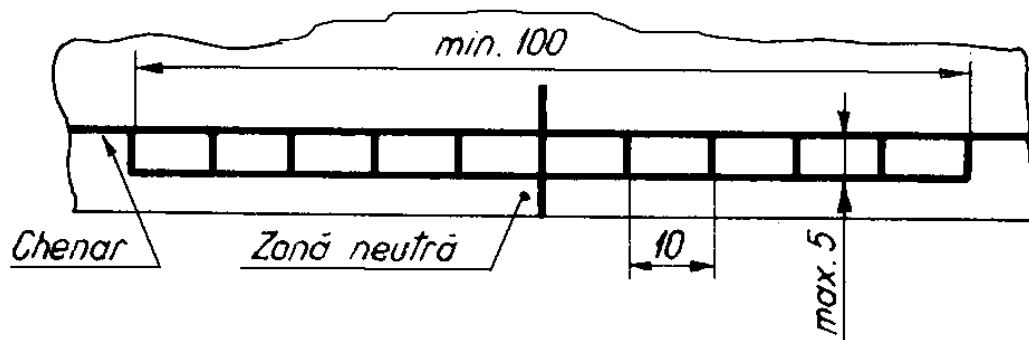


Fig.1.6

✓ *sistemul de coordonate*, este utilizat pentru identificarea rapidă a diferitelor zone ale desenului și este realizat de o rețea de coordonate trasate cu linie continuă subțire; se recomandă a fi utilizat pentru formatele mai mari de A3.

Numărul de diviziuni este stabilit în funcție de complexitatea desenului, întotdeauna un număr par, iar lungimea unei diviziuni trebuie să fie cuprinsă între 25 și 75 mm. Diviziunile se notează cu litere majuscule pe o direcție, iar pe cealaltă direcție cu cifre arabe cu dimensiunea nominală de 3,5 mm. Ca origine a sistemului de coordonate se consideră vârful formatului opus celui în care se află indicatorul.

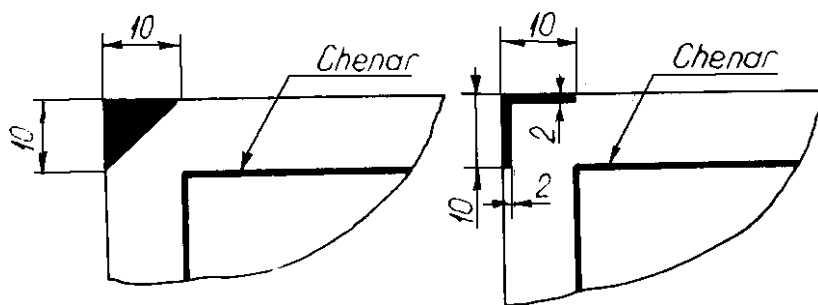


Fig.1.7

În cazul în care numărul de diviziuni este mai mare decât numărul literelor alfabetului, se admite notarea în continuare folosind două litere majuscule (AA, BB, CC, etc.).

✓ *unghiul de decupare a copiei*, se marchează printr-un triunghi isoscel, complet înnegrit având latura de 10 mm și este amplasat în cele patru colțuri ale formatului.

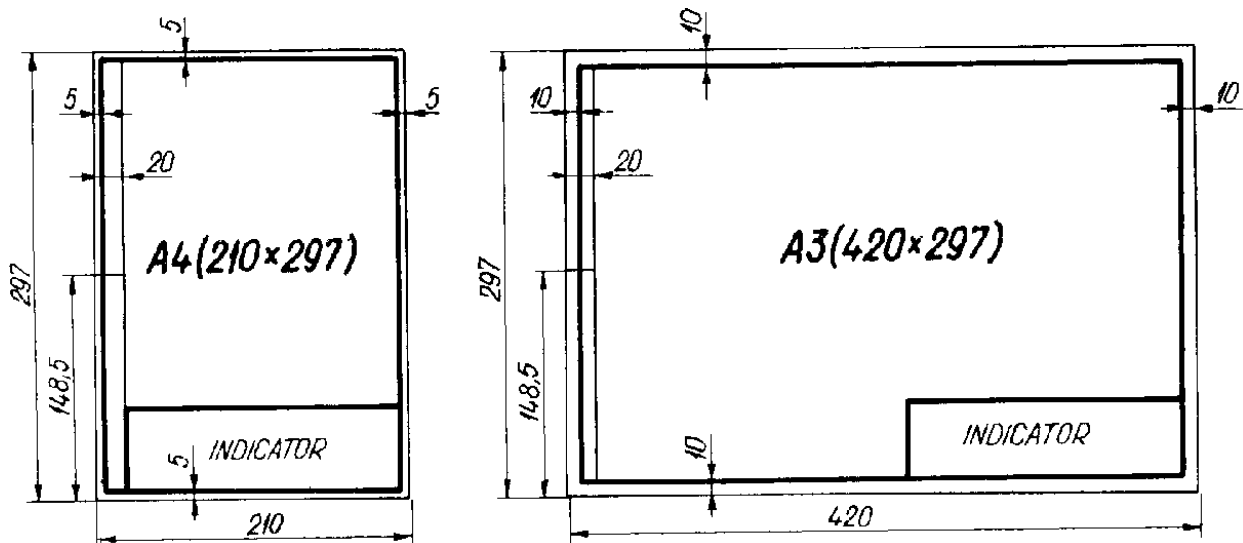


Fig.1.8

Se admite ca unghiul de decupare să fie marcat prin două linii cu lungimea de 10 mm și grosimea de 2 mm, trasate la colțurile formatului (fig.1.7). În cazul formatelor A4 și A3 elementele grafice sunt prezentate în figura 1.8.

### 1.3.3. Linii utilizate în desenul tehnic

Pentru executarea desenelor tehnice se folosesc mai multe tipuri de linii (linie continuă, linie întreruptă, linie punct și linie două puncte ) a căror grosime este împărțită în două clase: linie groasă și linie subțire (STAS 103-84).

Fiecare linie folosită la întocmirea desenelor tehnice de un anumit tip și de o anumită clasă de grosime, sau de o combinație a celor două clase, se simbolizează printr-o literă, astfel:

- ✓ cu litera **A**, se simbolizează linia continuă groasă, având grosimea  $b = 0,18 \div 2$  mm ( $b$  fiind grosimea de bază a liniilor),
- ✓ cu litera **B**, linia continuă subțire, având grosimea egală cu  $b/3$ ,
- ✓ cu litera **C**, linia continuă subțire ondulată,
- ✓ cu litera **D**, linia continuă subțire trasată în zig-zag,
- ✓ cu litera **E**, linia întreruptă groasă,
- ✓ cu litera **F**, linia întreruptă subțire,
- ✓ cu litere **G**, linia-punct subțire,
- ✓ cu litere **H**, linia-punct mixtă,
- ✓ cu litera **I**, linia-punct groasă,

✓ cu litera **K**, linia-două puncte subțire.

Grosimea liniilor de tipul A se alege din următorul șir de valori: 2; 1,4; 1; 0,7; 0,5; 0,35; 0,25; 0,18 mm, în funcție de mărimea, complexitatea și natura desenului. Grosimea de bază  $b$  a liniilor trebuie să fie aceeași pentru toate reprezentările unei piese (pentru un desen dat) și sunt desenate la aceeași scară.

În cazul liniei întrerupte, liniei punct și liniei două puncte, lungimea segmentului și a intervalelor se mențin la valori dimensionale constante pentru același desen. Linia punct și liniile două puncte încep și se termină cu segmente. Rezultatul intersecției a două segmente aparținând a două astfel de linii va fi punctul lor de intersecție, iar distanța dintre două linii paralele trasate pe un desen nu trebuie să fie mai mică decât dublul grosimii liniei celei mai groase. Se recomandă ca această distanță să fie de minimum 1 mm.

Câteva exemple grafice de utilizare a liniilor în desenul tehnic vor fi edificatoare nu numai în ceea ce privește locul și modul de folosire al diferitelor tipuri de linii. Aceste exemple vor accentua importanța cunoașterii simbolismului acestor linii pentru “descifrarea” și/sau “citirea” și interpretarea informațiilor cuprinse într-un desen tehnic și transmise prin intermediul aceluși desen.

- Cu linie continuă groasă (tipul A) se trasează:
  - ⇒ contururile și muchiile reale vizibile pentru piesele reprezentate în vedere și în secțiune (fig.1.9),
  - ⇒ liniile de vârf la reprezentarea filetelor (fig.1.10),
  - ⇒ chenarul formatelor standardizate.
- Cu linie continuă subțire (tipul B) se trasează:
  - ⇒ muchiile fictive reprezentate în vedere sau în secțiune (fig.1.11),
  - ⇒ liniile de cotă, liniile ajutătoare și liniile de indicație (folosite la cotarea desenelor) (fig.1.12),
  - ⇒ hașurile convenționale utilizate la reprezentarea secțiunilor (fig.1.9),
  - ⇒ liniile care delimitează diametrul interior al profilului suprafețelor filetate (fig.1.10),
  - ⇒ liniile care definesc centrul cercurilor cu diametru mai mic de 10 mm.

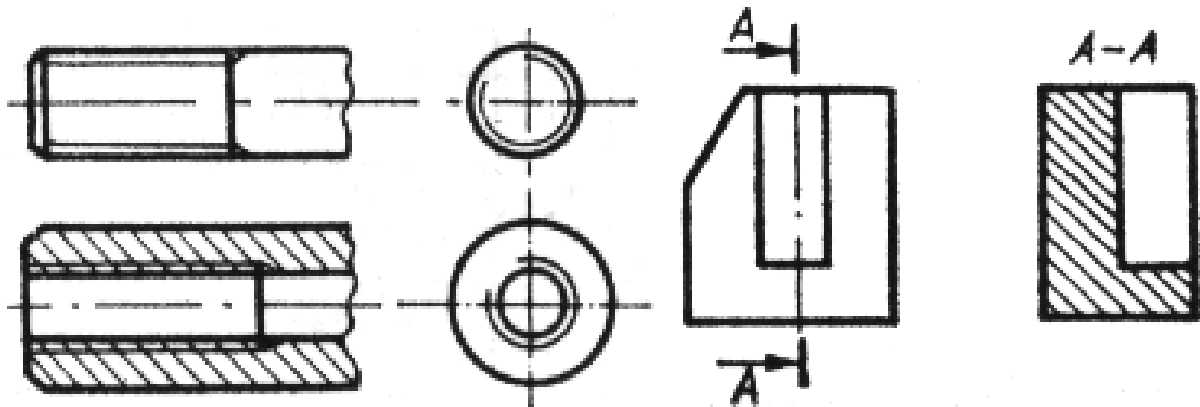


Fig.1.9

Fig.1.10

- Cu linie continuă subțire ondulată (tipul C) se trasează:
  - ⇒ liniile de ruptură la piesele metalice (fig.1.13).
- Cu linie continuă subțire în zigzag (tipul D) se trasează:
  - ⇒ liniile de ruptură la piesele din lemn (fig.1.14).
- Cu linie întreruptă subțire (tipul F) se trasează:
  - ⇒ contururile și muchiile reale acoperite ale pieselor (fig.1.15).

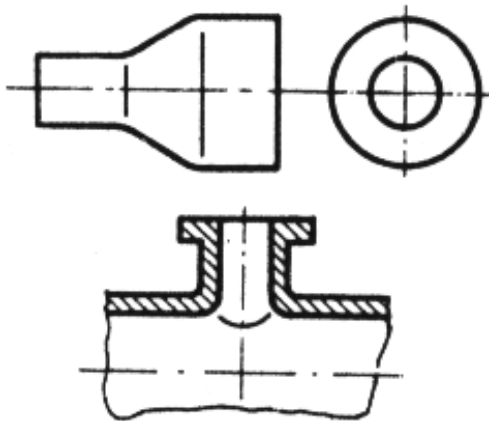


Fig.1.11

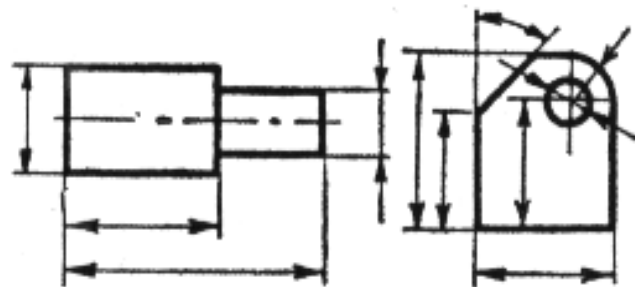


Fig.1.12



Fig.1.13

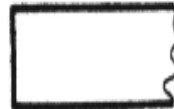


Fig.1.14

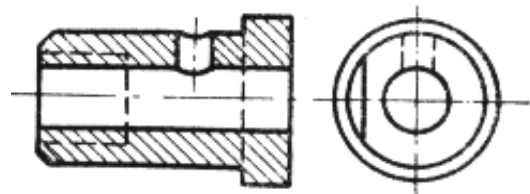


Fig.1.15

- Cu linie-punct subțire (tipul G) se trasează:
  - ⇒ liniile de axă și urma planului de simetrie,
  - ⇒ cercurile și generatoarele suprafețelor de rostogolire (divizare) la roțile dințate (fig.1.16),
  - ⇒ elemente rabătute în planul secțiunii (fig.1.17),

⇒ liniile care definesc centru cercurilor cu diametru mai mare de 10 mm.

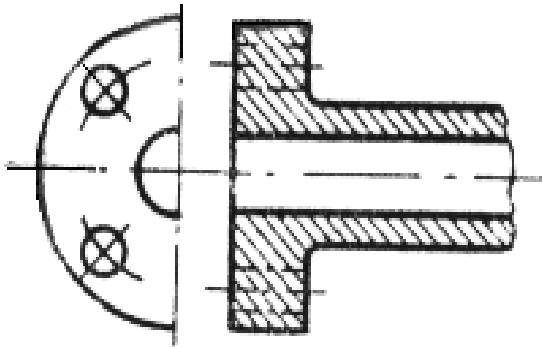


Fig.1.16

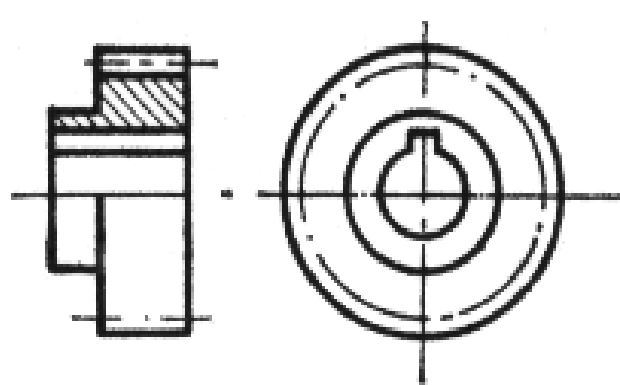


Fig.1.17

- Cu linie-punct mixtă (tipul H) se trasează:
  - ⇒ traseele utilizate în reprezentarea secțiunilor.
- Cu linie-punct groasă (tipul I) se trasează:
  - ⇒ porțiunea din suprafața unei piese care urmează să fie supusă unor tratamente termice superficiale, sau de acoperire; linia punct-groasă se trasează în afara liniei de contur la o distanță mică pe porțiunea utilă (fig.1.18),
  - ⇒ conturul piesei finite pe desenele de semifabricate.
- Cu linie-două puncte subțire (tipul K) se trasează:
  - ⇒ conturul pieselor învecinate,
  - ⇒ pozițiile intermediare și extreme de mișcare ale pieselor mobile,
  - ⇒ liniile centrelor de greutate, când acestea nu coincid cu liniile de axă.

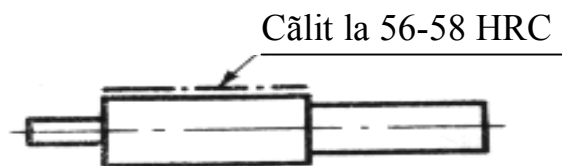


Fig.1.18

### 1.3.4.Scrierea în desenul tehnic

Pe desenele tehnice, pentru scrierea cotelor, a simbolurilor sau textelor, se folosesc litere latine, grecești sau chirilice și cifrele arabe sau

romane. Standardul **SR ISO 3098/1:1993** stabilește modul de scriere cu mâna liberă sau cu șablonul, precum și caracteristicile scrierii tehnice.

Se pot folosi două moduri de scriere: scrierea cu caractere înclinate la  $75^\circ$  spre dreapta și scrierea cu caractere perpendiculare față de linia de bază a rândului. Pe același desen sau documentație tehnică, se poate folosi numai unul din cele două moduri de scriere.

Dimensiunea nominală a scrierii este înălțimea  $h$  [mm] a literelor mari, aleasă potrivit scopului, din șirul de dimensiuni standardizate prezentate mai jos:

$$h = 2,5; 3,5; 5,0; 7,0; 10,0; 14,0; 20,0 \text{ mm,}$$

precum și alte dimensiuni nominale obținute prin multiplicarea cu 10 a acestor valori.

Grosimea de trasare a scrierii tip A (îngustată) este de  $1/14$  din grosimea  $h$  a scrierii (fig.1.19), iar pentru scrierea tip B (obișnuită), grosimea este de  $1/10$  din dimensiunea  $h$  (fig.1.20) și este egală cu distanța dintre liniile rețelei cu ajutorul căreia sunt determinate caracteristicile scrierii.

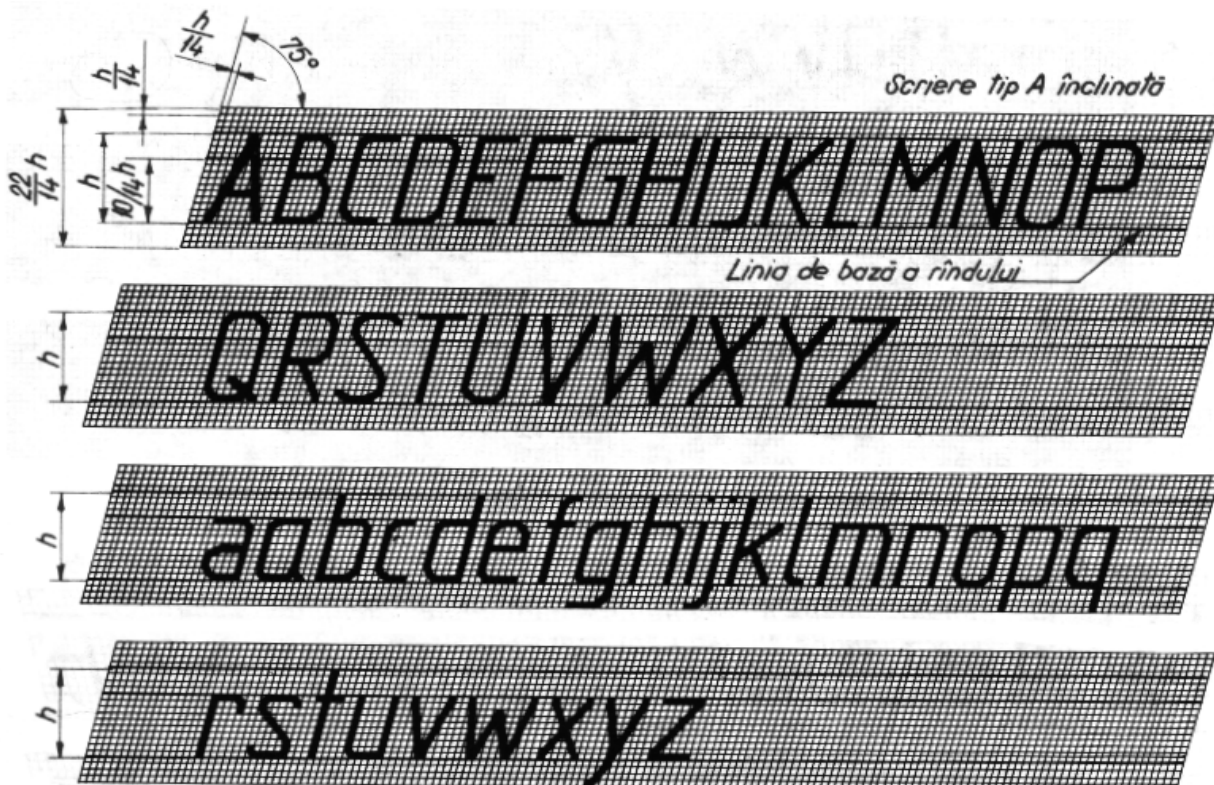


Fig.1.19



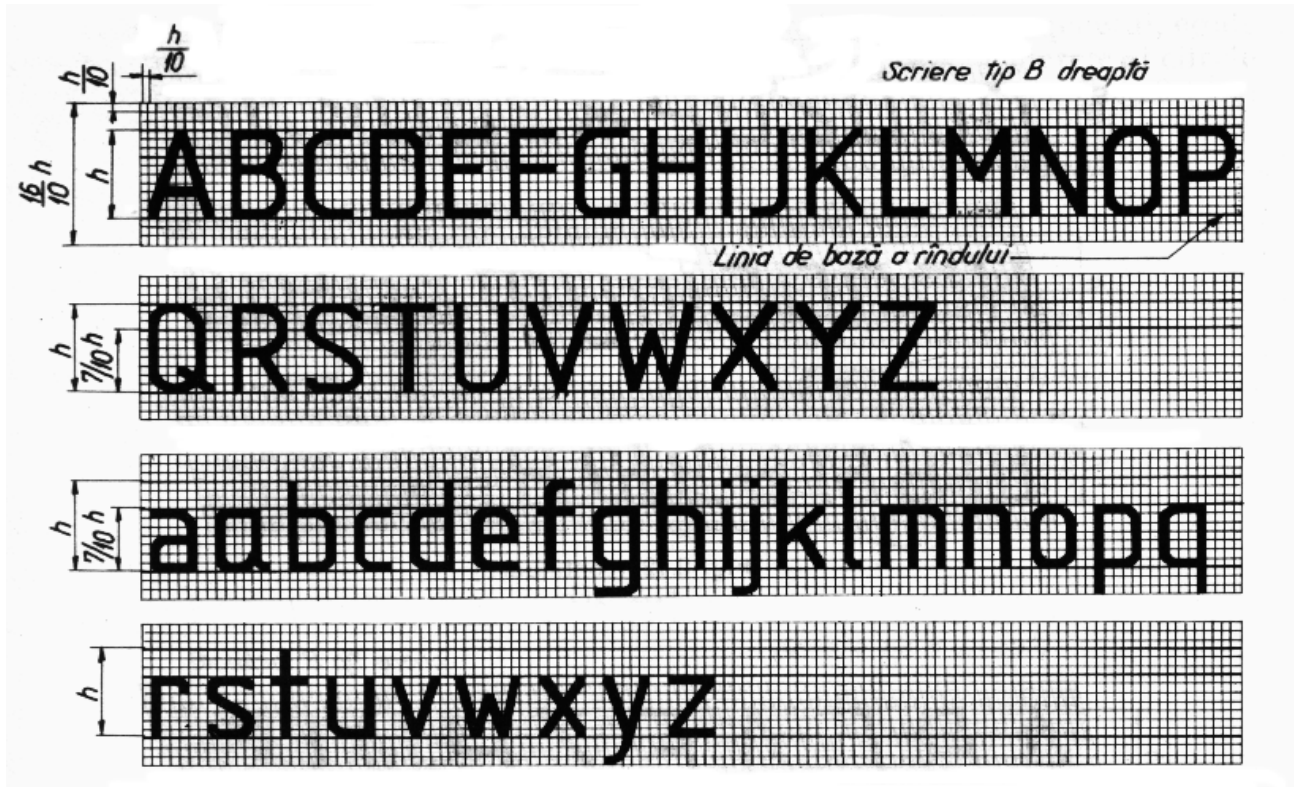


Fig.1.20

Înălțimea literelor mici cu depășire (b, d, f, g, h, j, k, l, p, q, y) este egală cu dimensiunea nominală  $h$  a scrierii.

Dacă între două litere sau cifre alăturate se formează un spațiu aparent mai mare decât cel prescris, acesta se poate restrânge astfel încât ele să apară uniform depărtate.

Dimensiunile indicilor și exponenților sunt aproximativ jumătate din dimensiunea literelor și cifrelor, dar nu mai mici de 2,5 mm.

### 1.3.5. Indicatorul și tabelul de componență ale desenului tehnic

Indicatorul se aplică pe toate desenele care alcătuiesc documentația tehnică, având ca scop cuprinderea și redarea datelor necesare identificării acestuia.

În standardul **SR ISO 7200:1994** se stabilește ca indicatorul să fie alcătuit din unul sau mai multe dreptunghiuri alăturate care pot fi subdivizate în rubrici.

În indicator, informațiile sunt grupate în două zone:

- zona de identificare și
- zona de informații suplimentare.

- Zona de identificare va cuprinde:
  - ⇒ numărul de înregistrare sau de identificare a desenului,
  - ⇒ denumirea desenului,
  - ⇒ numele proprietarului legal al desenului.
- Zona de informații suplimentare va cuprinde:
  - ⇒ informații indicative,
  - ⇒ informații tehnice,
  - ⇒ informații de ordin administrativ.

Informațiile indicative se referă la simbolul care indică metoda de proiectare, scara principală a desenului, unitatea de măsură a dimensiunilor liniare, dacă este diferită de milimetru. Aceste informații nu sunt obligatorii, ele fiind trecute pe desen numai în cazul în care reprezentarea nu poate fi înțeleasă.

Informațiile tehnice se referă la: metoda de indicare a stării suprafețelor, a toleranțelor geometrice de formă și poziție relativă, a toleranțelor generale referitoare la dimensiuni liniare și unghiulare, precum și la orice standard din acest domeniu.

Informațiile administrative se referă la: formatul desenului, data primei ediții a desenului, precum și numele persoanelor care au contribuit la întocmirea desenului respectiv.

Având în vedere precizările standardului **SR ISO 7200:1994** cu privire la posibilitatea de a întocmi indicatoare proprii, de firmă, pe baza acestor principii generale, cadrele didactice de la disciplina de Geometrie Descriptivă și Desen Tehnic a Facultății de Inginerie s-au preocupat de această problemă făcând propunerea ca toate desenele elaborate în cadrul activităților cu caracter practic-aplicativ desfășurate cu studenții să aibă forma și conținutul celui prezentat în figura 1.21 (Acest model de indicator ar putea constitui un element care să personalizeze desenele executate în cadrul diferitelor activități susținute de desene tehnice executate în cadrul Universității “Lucian Blaga” din Sibiu).

Indicatorul va fi amplasat în colțul din dreapta jos al formatului, pe chenar, în poziția de citire obișnuită a reprezentării.

La trasarea indicatorului se folosește linia continuă groasă (A) și linia continuă subțire (B).

Pentru desenele de ansamblu se utilizează tabelul de componență, în care sunt prezentate elementele care compun un ansamblu funcțional. Forma și dimensiunile tabelului de componență sunt redate în figura 1.22, conform **STAS 282-86**.

---

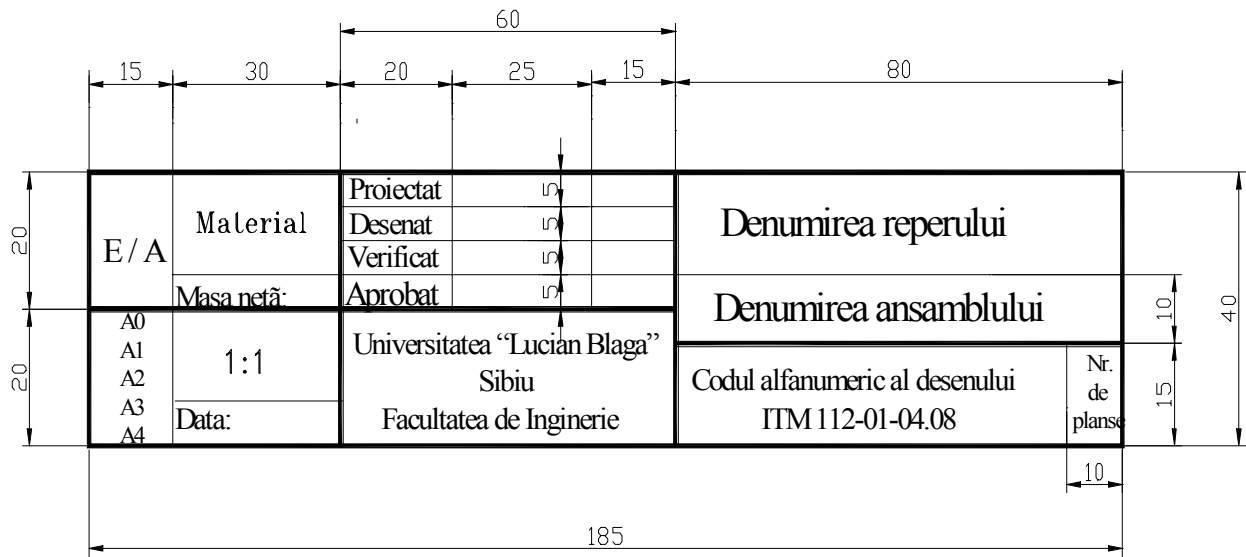


Fig.1.21

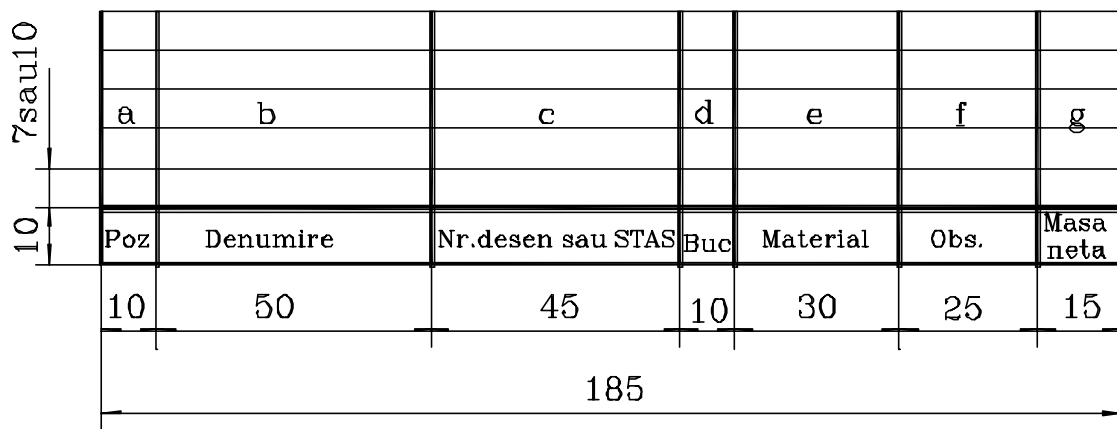


Fig.1.22

Tabelul de componentă se completează de jos în sus, iar când este executat pe format A4, poate fi completat și de sus în jos, cu următoarele texte corespunzătoare căsuțelor:

⇒ **a** - *numărul de poziție al reperului*, potrivit poziționării elementelor componente din desenul de ansamblu,

⇒ **b** - *denumirea elementului component*.

Denumirea elementului se scrie pe scurt, dar fără prescurtări, la singular și nearticulat. Pentru piesele standardizate, denumirea va fi conform standardului respectiv. Pentru aceste elemente nu se întocmesc desene de execuție.

⇒ **c** - *numărul desenului* în care reperul este reprezentat singur.

Pentru piesele standardizate se înscrie numărul standardului sau codul elementului respectiv.

- ⇒ **d** - numărul de bucăți necesare produsului reprezentat în desen,  
 ⇒ **e** - marca (sau denumirea) și codul materialului, precum și numărul standardului sau al normei tehnice referitoare la material.

Pentru materiale de uz curent, înscrierea codului sau a numărului standardului este facultativă. Nu se completează acest spațiu când materialul este prevăzut în standardul produsului respectiv.

- ⇒ **f** - observații.

În acest spațiu sunt înscrise date suplimentare cum sunt: numărul modelului folosit în turnătorie (dacă semifabricatul piesei se obține prin turnare), al matriței (dacă semifabricatul se obține prin matrițare), al unor scule și dispozitive utilizate în procesul tehnologic de obținere a piesei respective (procesul de conversie), caracteristici dimensionale, etc.

- ⇒ **g** - masa netă a unei bucăți din elementul respectiv.

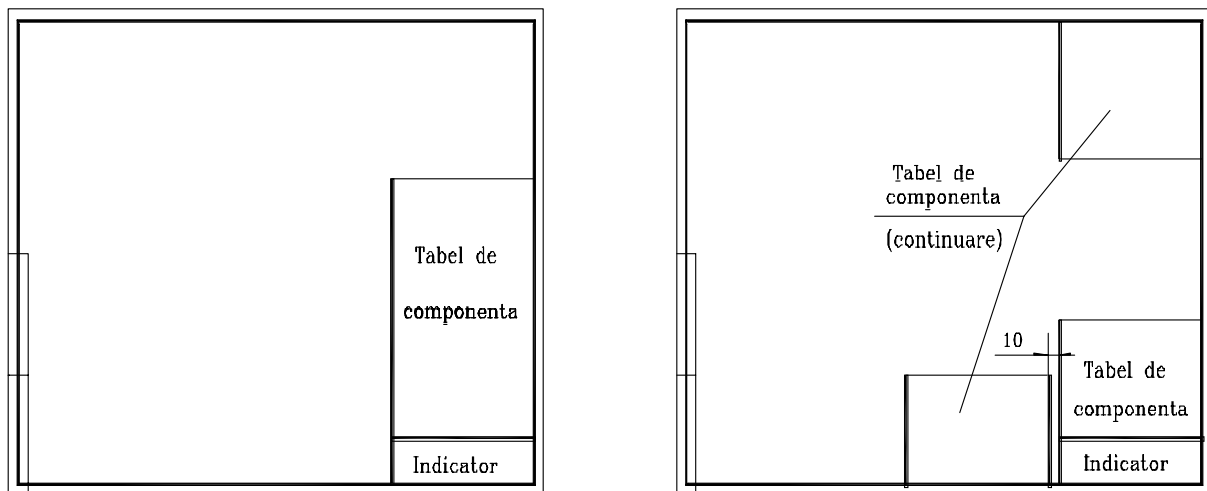


Fig.1.23

În căsuțele care vor rămâne necompletate se trasează o linie orizontală. Nu este admisă folosirea cuvântului idem sau a ghilimelelor. Tabelul de componență se aplică pe toate desenele de ansamblu, sau se execută pe un alt format, separat de desenul de ansamblu (de obicei este folosit formatul A4), deasupra indicatorului și servește la identificarea elementelor componente ale acestuia. El poate fi întrerupt în dreptul unei proiecții desenate și continuat deasupra ei, sau se amplasează lângă indicator (fig.1.23), în care caz se trasează din nou capul tabelului.

## 1.4 Teme

1. În desenele alăturate (fig.1.24) identificați tipurile de linii utilizate:

- linie de cotă, linie punct-subțire și linie de axă;
- linii ajutătoare, linie punct și linie de indicație;
- linie groasă, linie punct-subțire și linie de ruptură;

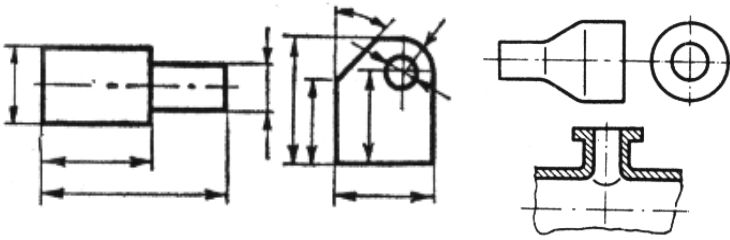


Fig.1.24

2. Să se identifice, să se enumere și să se explice tipurile de linii utilizate în figura 1.25.

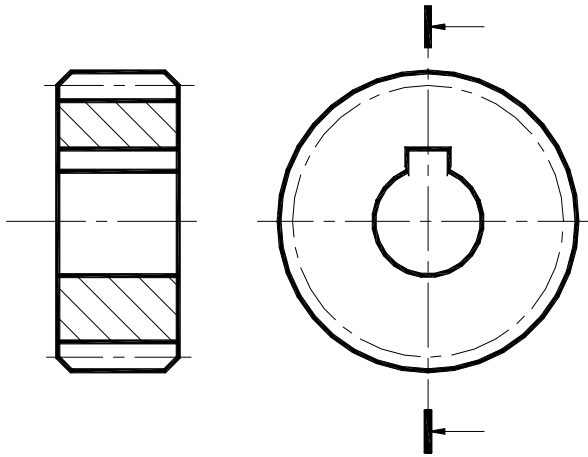
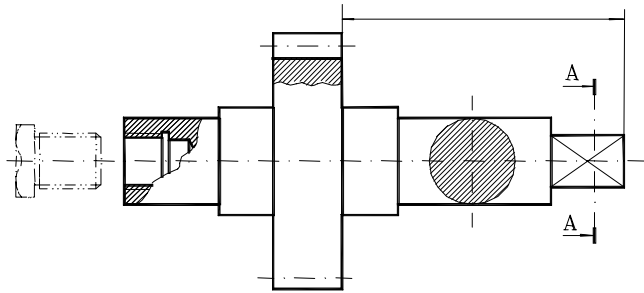


Figura 1.25.



3. . *Linia punct grosă este utilizată în realizarea desenelor tehnice la:*

- a. *trasarea axelor de simetrie și a centrelor de greutate ale pieselor;*
- b. *indicarea unor tratamente termice sau acoperiri de suprafață;*
- c. *trasarea conturului exterior al pieselor;*

4. . *Specificați care sunt tipurile de linii utilizate la realizarea reprezentării grafice și în ce caz acestea mai pot fi utilizate (fig.23.1).*

*Fig.23.1*

*5. Reprezentarea liniei de ruptură pentru lemn se face cu:*

- A. linie goasă pentru a se vedea cât mai bine ruptura;*
  - B. linie subțire două puncte pentru a diferenția conturul piesei;*
  - C. linie zig zag trasată cu linie continuă subțire;*
-

## Capitolul 2

# REPREZENTAREA PIESELOR ÎN PROIECȚIE ORTOGONALĂ

## 2.1. Sisteme de proiecție

În domeniul tehnic, între obiectul spațial și imaginea sa plană trebuie să existe o corespondență biunivocă, astfel încât ceea ce s-a dorit să se proiecteze, să se regăsească și în planul desenului realizat.

Aceeași corespondență biunivocă există și între desenul în plan al corpului spațial și materializarea acestuia, în limitele unei precizii de execuție proiectată.

Corespondența biunivocă spațiu-plan a obiectelor realizată cu ajutorul geometriei descriptive, are în vedere următoarele axiome:

**AXIOMA 1:** Orice corp geometric spațial, indiferent de complexitatea acestuia, poate fi descompus în corpuri geometrice simple (cilindru, con, prismă, piramidă etc.).

**AXIOMA 2:** Fiecare corp geometric simplu are un număr finit de puncte caracteristice ce definesc relația spațiu-plan a acestuia.

**AXIOMA 3:** Orice punct spațial (inclusiv un punct caracteristic al unui corp geometric) poate fi proiectat în plan, dacă i se asociază un sistem de proiecție.

Așadar, teoretic, cunoscând proiecția punctului se poate obține imaginea plană a oricărui obiect spațial, indiferent de complexitatea acestuia.

Sistemele de proiecție utilizate pentru proiecția plană a imaginilor spațiale sunt.

- sistemul central (sau conic) și
- sistemul paralel (sau cilindric).

În ambele sisteme, corpurile spațiale pot fi reprezentate în proiecție axonometrică (fig.2.1 – reprezentarea axonometrică în proiecție centrală, fig.2.2, fig.2.3 - reprezentarea axonometrică în proiecție paralel ortogonală) sau în proiecție plană (fig.2.4 – reprezentarea în proiecție paralel ortogonală plană). Detalii cu privire la utilizarea unuia sau a altuia dintre cele două sisteme se regăsesc în manualele de Geometrie Descriptivă.



Prin reprezentările tehnice plane sau axonometrice se asigură comunicarea între specialiștii din domeniu și transferul de informații (de cele mai multe ori transferul de tehnologie folosește același suport și anume desenul tehnic), de aici rezultând și importanța cunoașterii acestui limbaj de comunicare prin desen.

Reprezentare axonometrică  
în proiecție centrală (conică)

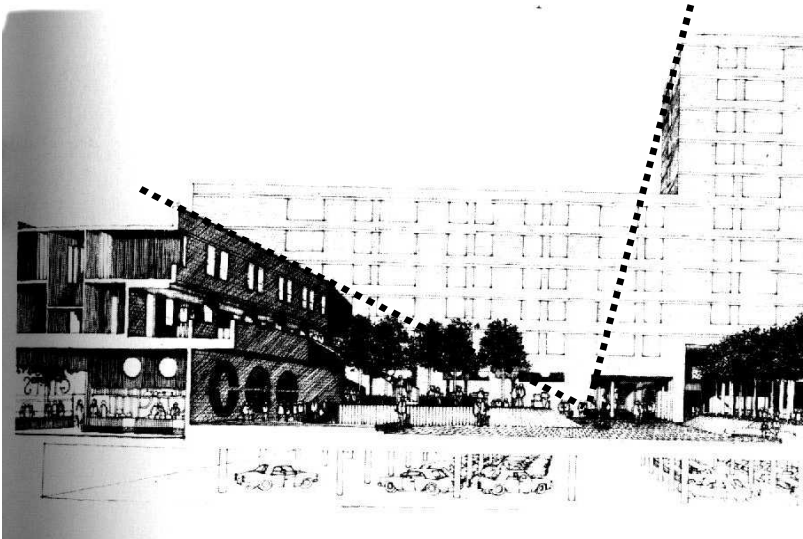


Fig.2.1

Reprezentare axonometrică în  
proiecție ortogonală  
(izometrică)

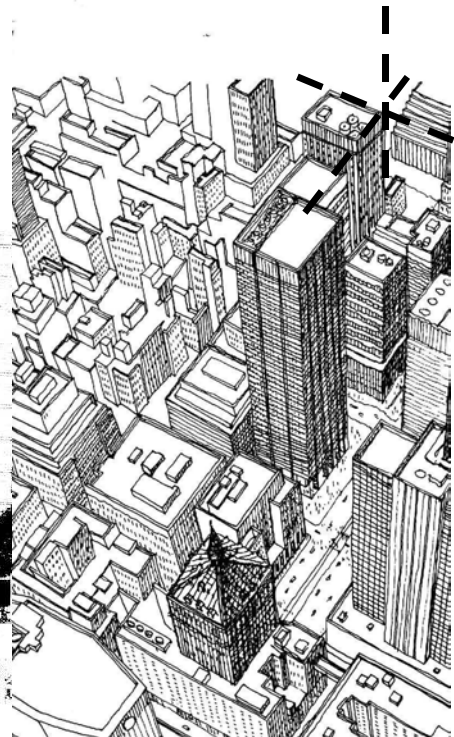


Fig.2.2

Imaginile, sau proiecțiile utilizate pentru înțelegerea completă a configurației unei piese și a desenului acesteia sunt (STAS 105-87 – Desene tehnice. Reguli de reprezentare și notare a vederilor și a secțiunilor în desenele industriale):

- /reprezentarea în vedere,
- /reprezentarea în secțiune,
- /reprezentarea rupturilor.

Utilizând o combinație corectă a acestora și o amplasare corespunzătoare pe coala de hârtie, în final se va obține un desen cu ajutorul căruia putem realiza construcția corespunzătoare a piesei (generarea suprafețelor piesei cu ajutorul unui proces de conversie, sau proces tehnologic).

## 2.2.Reprezentarea pieselor în vedere. Reguli de reprezentare

Sistemul tridimensional cunoscut, permite realizarea proiecțiilor unei piese după cele șase direcții reciproc perpendiculare. Astfel, proiecția europeană utilizată în țara noastră consideră obiectul spațial ca fiind situat între observatorul uman și planul de proiecție, spre deosebire de proiecția americană care interpune planul de proiecție între obiectul de proiectat și observatorul uman.

Disponerea proiecțiilor pe planul de proiecție, conform **STAS 614-76** rezulta prin desfășurarea unui cub de proiecție în interiorul căruia se află obiectul de reprezentat grafic, care se proiectează pe partea interioară a fețelor acestui cub (fig.2.3).

Proiecția principală (proiecția din față). – după direcția principală de proiecție **A** - se alege astfel încât să definească cele mai multe detalii de formă și/sau poziția de funcționare ale piesei sau corpului geometric spațial. După desfășurarea cubului de proiecție, proiecțiile obținute pe fețele interioare ale cubului vor fi astfel dispuse (fig.2.4):

✓ *proiecția principală* este proiecția obținută după direcția **A**,

✓ *proiecția de jos* este proiecția obținută după direcția **B**, pe un plan de nivel (plan paralel cu planul orizontal de proiecție) și este dispusă deasupra proiecției principale,

✓ *proiecția de sus* este proiecția obținută după direcția **C**, pe cel de-al doilea plan de nivel al cubului de proiecție (care poate fi considerat planul orizontal de proiecție) și este dispusă sub proiecția principală,

✓ *proiecția din dreapta* este proiecția obținută după direcția **D**, pe planul lateral stânga (respectiv dreapta în cazul proiecției americane) și este dispusă în stânga proiecției principale (respectiv în dreapta în cazul proiecției americane),

✓ *proiecția din stânga* este proiecția obținută după direcția **E**, pe planul lateral dreapta (respectiv stânga în cazul proiecției americane) și este dispusă în dreapta proiecției principale (respectiv în stânga în cazul proiecției americane),

✓ *proiecția din spate* este proiecția obținută după direcția **F**, pe un plan de front, situat în fața piesei și este dispusă în dreapta proiecției din stânga, sau în stânga proiecției din dreapta.

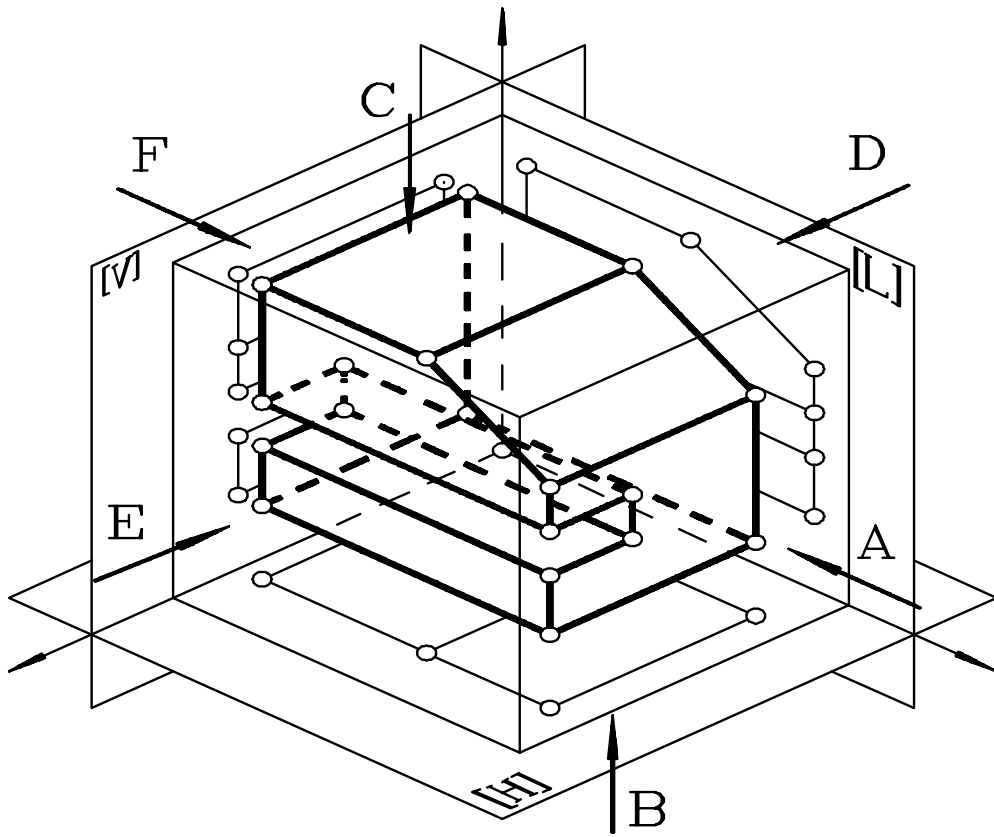
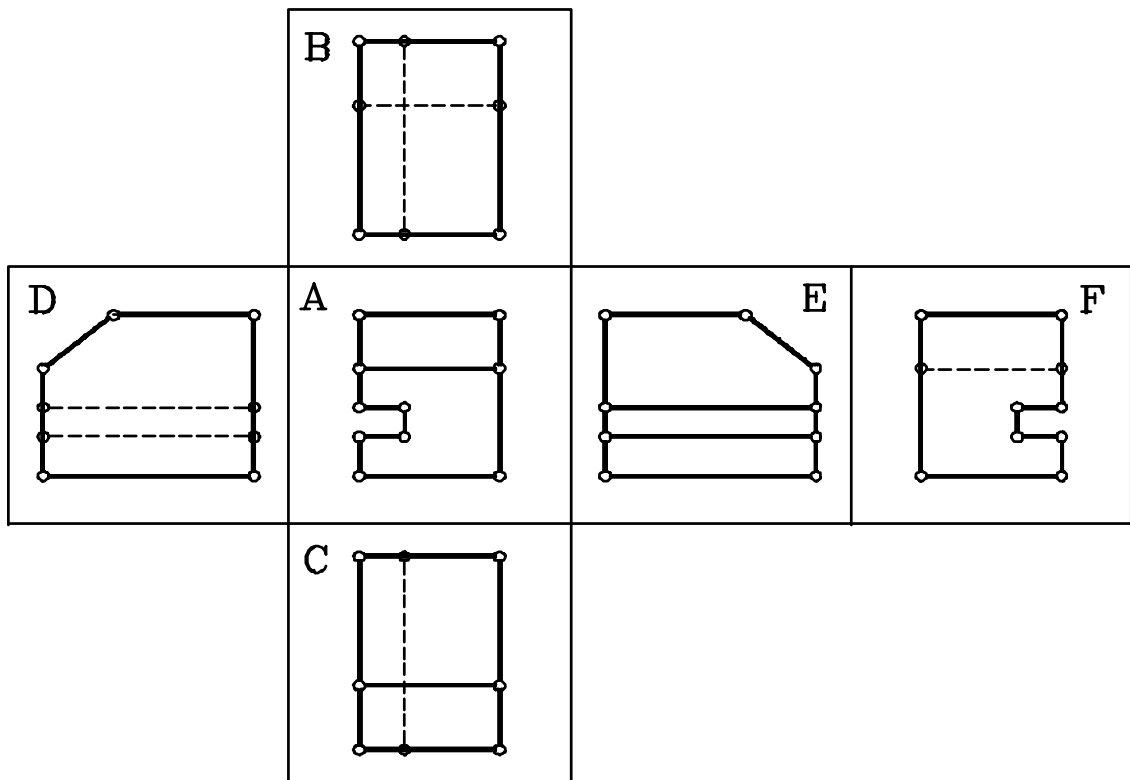


Fig.2.3

Fig.2.4



**2VEDEREA** este reprezentarea în proiecție ortogonală pe un plan a unei piese nesectionate și se realizează prin proiectarea în totalitate a elementelor văzute de observatorul uman, conform regulilor geometriei descriptive (fig.2.3, fig.2.4).

→ La reprezentarea în vedere, conturul aparent și muchiile vizibile reale rezultate din intersecții ale suprafețelor se trasează cu linie continuă groasă iar cele acoperite, sau golurile interioare ale pieselor, se trasează cu linie subțire întreruptă. (fig.2.5).

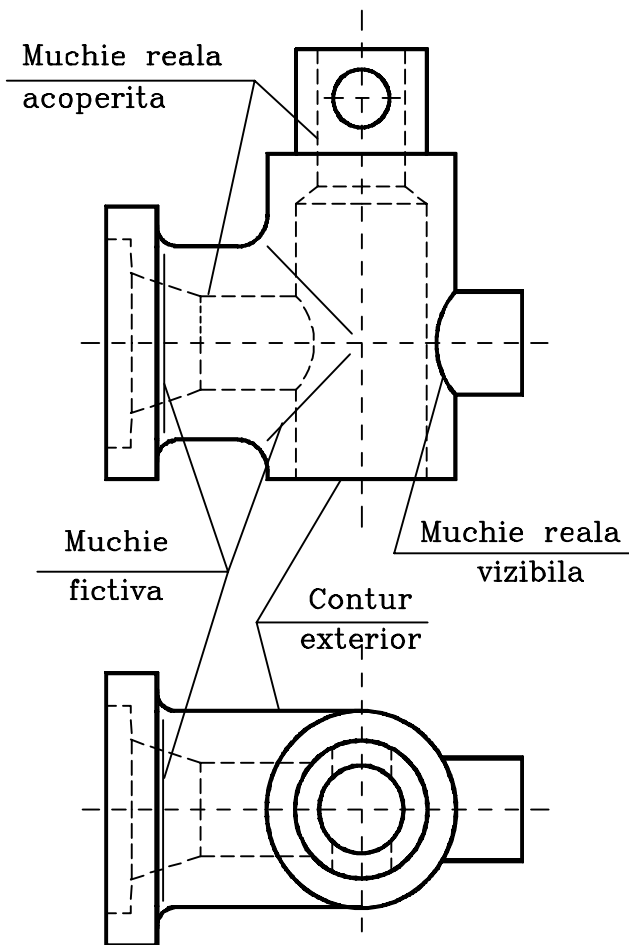


Fig.2.5

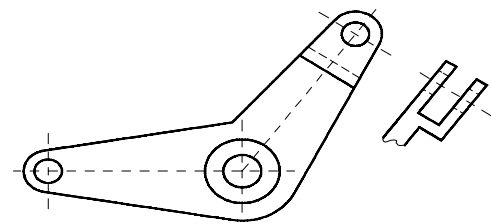


Fig.2.6

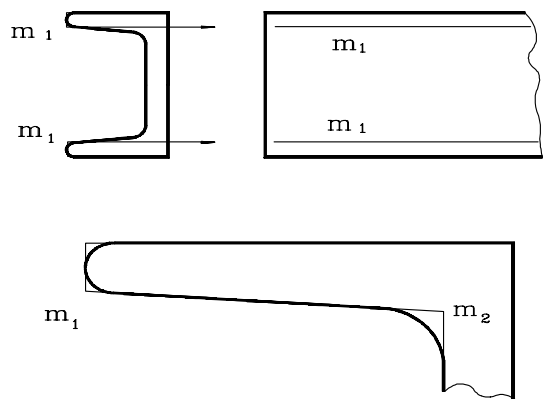


Fig.2.7

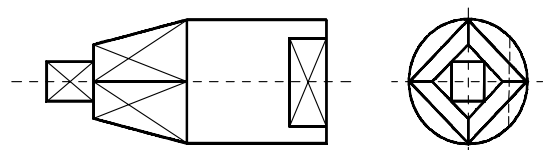


Fig.2.8

→ Vederile parțiale sunt utilizate în scopul reducerii spațiului ocupat de desen și sunt realizate prin trasarea liniilor de contur limitate de linii de ruptură (fig.2.8).

→ Muchiile fictive se trasează cu linie subțire, acestea reprezentând intersecții imaginare ale pieselor rotunjire prin racordate. Dacă în proiecție muchia fictivă nu se confundă cu o linie de contur atunci linia subțire care va fi trasată nu va atinge liniile de contur, muchiile reale de intersecție sau alte muchii fictive, distanța până la acestea fiind de 2 - 3 mm (fig.2.7).

→ Dacă la o suprafață înclinată, rezultă două muchii fictive paralele sau concentrice la o distanță mai mică de 5 mm în proiecție se va reprezenta muchia fictivă notată cu m1 cea mai apropiată de conturul piesei (fig.2.7).

→ La reprezentarea corpurilor prismatice, a trunchiurilor de piramidă și porțiunile de cilindrii teșite plan se va trasa cu linie continuă subțire diagonalele acestor suprafețe pentru a scoate în evidență porțiunile plane ale acestor piese (fig.2.8).

→ Suprafețele striate, care au un relief mărunț uniform, se reprezintă în vedere numai pe o mică porțiune a conturului (fig.2.9).

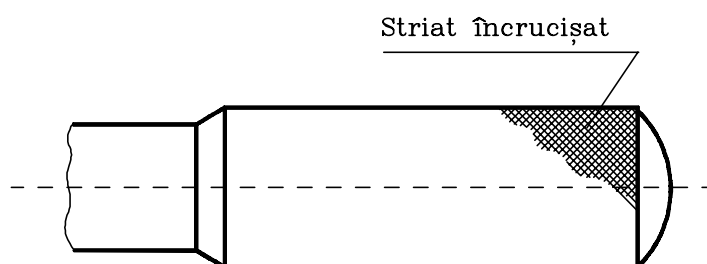


Fig.2.9

## 2.3.Reprezentarea pieselor în secțiune

Analizând cele prezentate anterior rezultă că pentru a determina configurația unei piese uneori nu sunt suficiente cele șase proiecții în vedere, deoarece suprafețele interioare nu pot fi puse în evidență.

Spre exemplificare, în figura 2.10 a, b, c, d, e, f, este prezentată multitudinea de forme pe care o poate avea piesa în interiorul ei, motiv pentru care este nevoie de reprezentarea sa în secțiune și, astfel, să se descopere formele ascunse vederii.

La reprezentarea pieselor în secțiune intervin o serie de elemente convenționale, simbolizări, reguli și norme de reprezentare, prezentate și analizate prin ordonarea și gruparea lor în următoarea configurație: (1) secțiunea, (2) traseul de secționare, (3) ruptura și (4) hașuri utilizate.

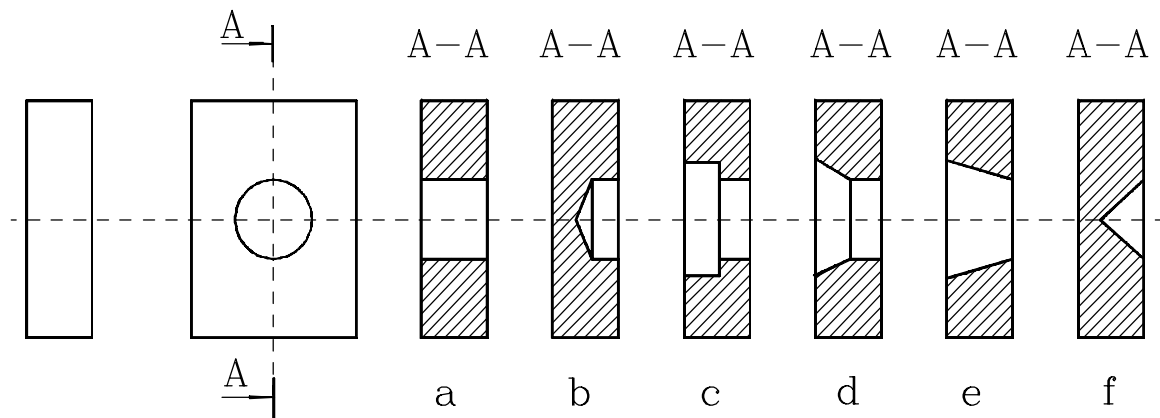


Fig.2.10

### 2.3.1. Clasificarea secțiunilor. Reguli de reprezentare a pieselor secționate

**2SECȚIUNEA** este reprezentarea în proiecție ortogonală pe un plan a unei piese, așa cum ar arăta aceasta dacă ar fi intersectată cu un plan imaginar, numit plan de secționare, iar porțiunea din piesă aflată între observatorul uman și suprafața de secționare ar fi îndepărtată (fig.2.11).

**2TRASEUL DE SECȚIONARE** Traseul de secționare reprezintă urma planului de secționare pe planul de proiecție și se trasează cu linie punct subțire, având la extremități, sau în punctele unde își schimbă direcția, segmente îngroșate (fig.2.12).

Direcția de proiectare a secțiunii se indică prin săgeți care se execută cu vârful pe extremitățile traseului de secționare (fig.2.10, fig.2.12, fig.2.13).

Traseele de secționare se notează cu litere mari, folosind aceeași literă pentru un singur traseu, iar deasupra secțiunii se indică literele corespunzătoare traseului (fig.2.13 a și b). Literele pot fi înscrise și în punctele unde traseul de secționare își schimbă direcția (fig.2.13, fig.2.16).

Dacă planul de secționare se suprapune peste o muchie reală atunci pe porțiunea comună se reprezintă muchia piesei.

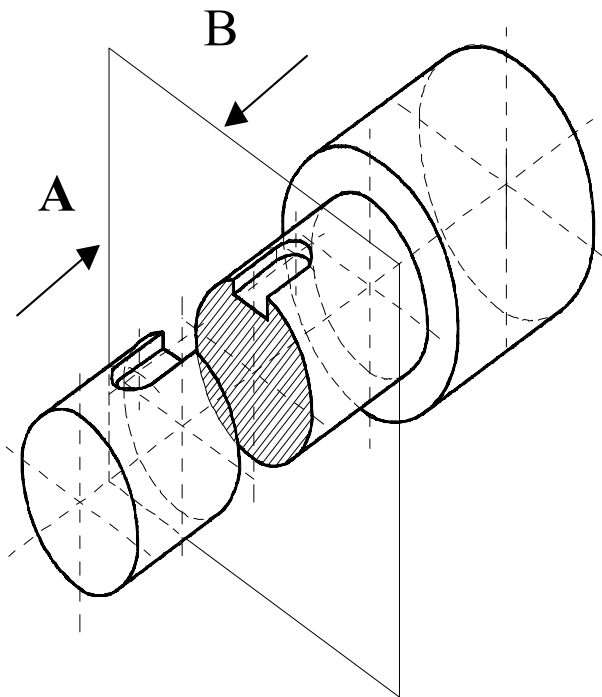


Fig.2.11

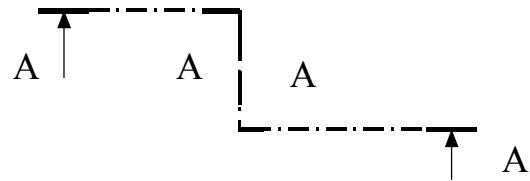


Fig.2.12

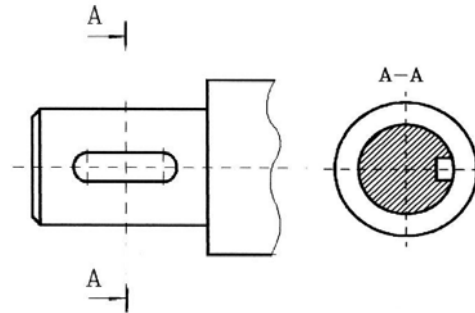
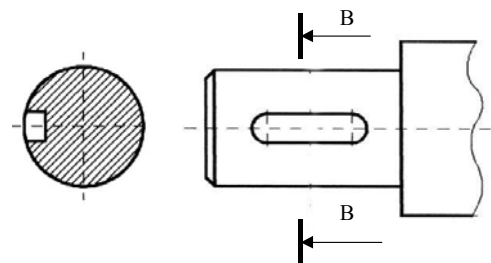


Fig.2.13 a

Fig.2.13 b



Modul în care se reprezintă un obiect este determinat de geometria sa, de poziția față de reperele sistemului de proiecție ales pentru aceasta, de necesitatea de a pune în evidență anumite aspecte funcționale, tehnologice, condiții care conduc la obținerea unor reprezentări cât mai clare și care permit citirea și interpretarea desenului în mod corect și complet, ș.a.

În acest sens, în literatura de specialitate, secțiunile se clasifică după șase criterii: (1) după modul de reprezentare pe desen, (2) după poziția planului de secționare față de planul orizontal de proiecție, (3) după poziția planului de secționare față de axa de simetrie a piesei, (4) după forma suprafeței de secționare, (5) după proporția în care se face secționarea, (6) după poziția pe desen a secțiunilor propriu-zise față de proiecția principală.

### 1. După modul de reprezentare pe desen:

✓ *secțiune cu vedere*, când se reprezintă în desen atât secțiunea propriu-zisă, cât și partea piesei aflată în spatele planului de secționare proiectată în vedere (fig.2.11 - după direcția A, fig.2.13 a – imagine obținută prin proiectare după direcția A din figura 2.9),

✓ *secțiune propriu-zisă*, când se reprezintă numai conturul figurii rezultate din intersecția piesei cu planul de secționare (fig.2.11 – după direcția B, fig.2.11 b – imagine obținută prin proiectare după direcția B din figura 2.9).

## 2. După poziția planului de secționare față de planul orizontal de proiecție:

✓ *secțiune orizontală*, dacă planul de secționare este un plan paralel cu planul orizontal de proiecție (plan de nivel),

✓ *secțiune verticală*, planul de secționare este un plan perpendicular pe planul orizontal de proiecție (plan de front) (fig.2.13, traseul A-A și B-B),

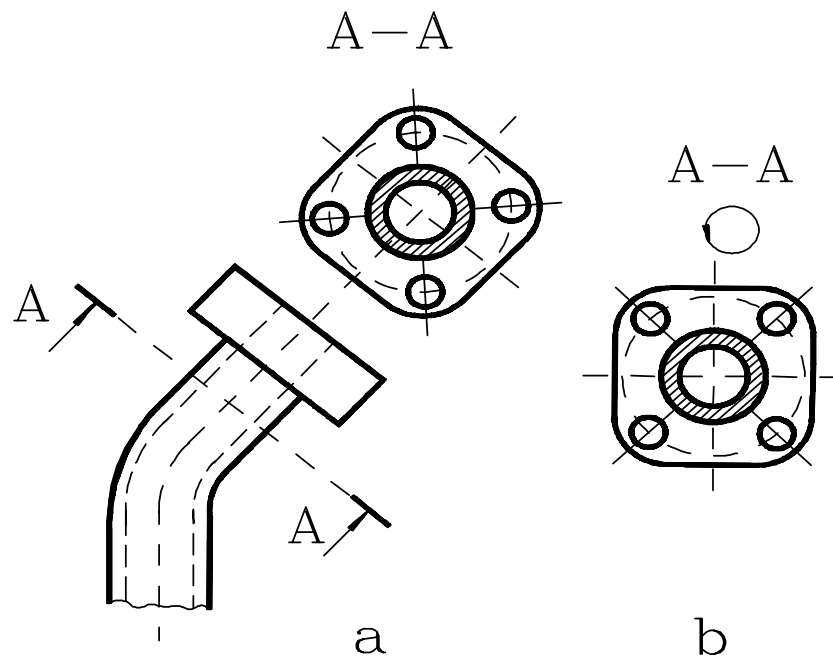


Fig.2.14

✓ *secțiune înclinată*, dacă planul de secționare are o poziție oarecare față de planul orizontal de proiecție (fig.2.14).

## 3. După poziția planului de secționare față de axa de simetrie a piesei:

✓ *secțiune longitudinală*, dacă planul de secționare conține, sau este paralel cu axa longitudinală a piesei,

✓ *secțiune transversală*, dacă planul de secționare este perpendicular pe axa de simetrie principală a piesei (fig.2.11, fig.2.13).



#### 4. După forma suprafeței de secționare:

✓ *secțiune plană*, dacă suprafața de secționare este un plan (fig.2.11),

✓ *secțiune frântă*, dacă suprafața de secționare este formată din două, sau mai multe plane consecutiv concurente sub un unghi diferit de  $90^\circ$ ; în aceste cazuri, elementele cuprinse în planele înclinate se rotesc împreună cu acestea până devin paralele cu planul de proiecție pe care urmează a fi proiectate (fig.2.15),

✓ *secțiune în trepte*, dacă suprafața de secționare este formată din două sau mai multe plane consecutiv concurente sub un unghi de  $90^\circ$  (fig.2.16),

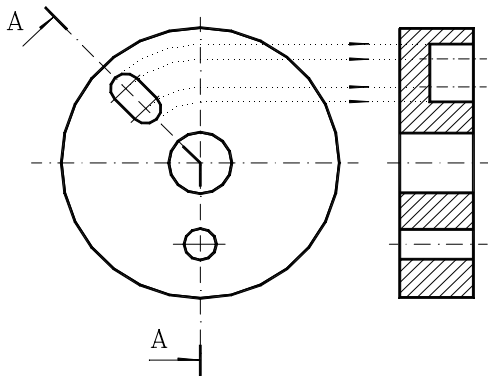


Fig.2.15

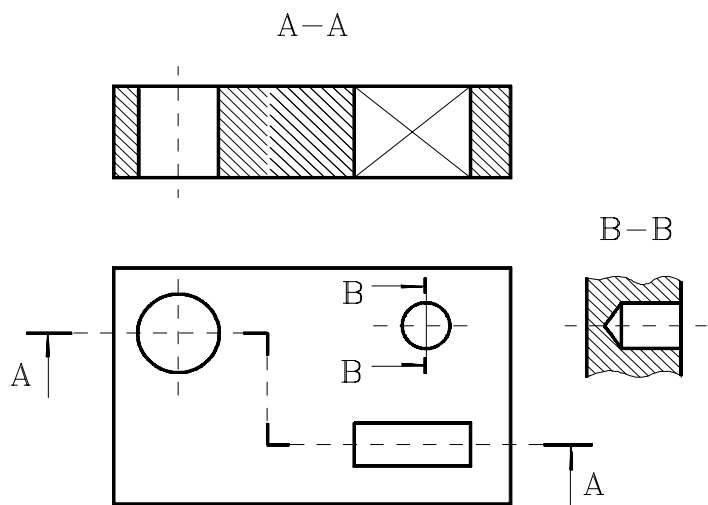


Fig.2.16

✓ *secțiune cilindrică*, dacă suprafața de secționare este cilindrică, iar secțiunea este reprezentată desfășurată pe unul din planele de proiecție (fig.2.17).

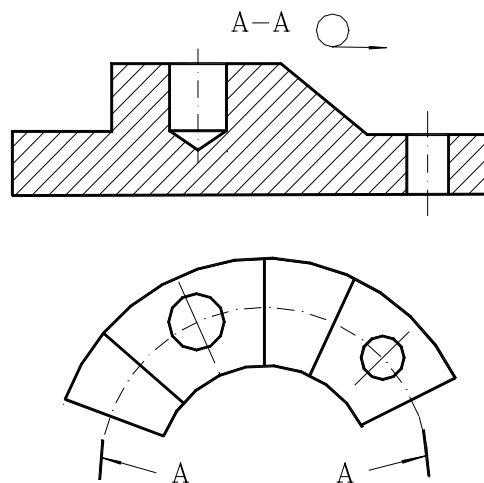


Fig.2.17

### 5. După proporția în care se face secționarea:

✓ *secțiune completă*, dacă în proiecția respectivă obiectul este reprezentat în întregime în secțiune (fig.2.15, fig.2.17),

✓ *secțiune parțială (ruptură)*, dacă o parte a obiectului este reprezentată în secțiune și alta în vedere, dacă planul de secționare nu intersectează dintr-o parte în alta piesa, sau când porțiunea reprezentată în secțiune este delimitată de restul piesei printr-o linie de ruptură (fig.2.18).

Secțiunile propriu-zise – ca de altfel toate secțiunile - sunt utilizate în scopul reducerii numărului de proiecții necesare determinării configurației pieselor și, la rândul lor, se clasifică astfel:

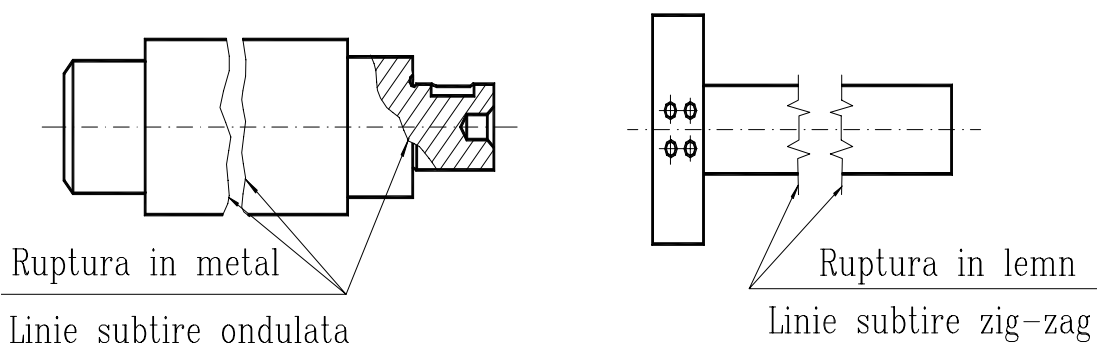


Fig.2.18

După poziția pe desen a secțiunilor propriu-zise față de proiecția principală:

✓ *secțiune obișnuită*, dacă secțiunea se reprezintă în afara conturului proiecției (fig.2.19 a),

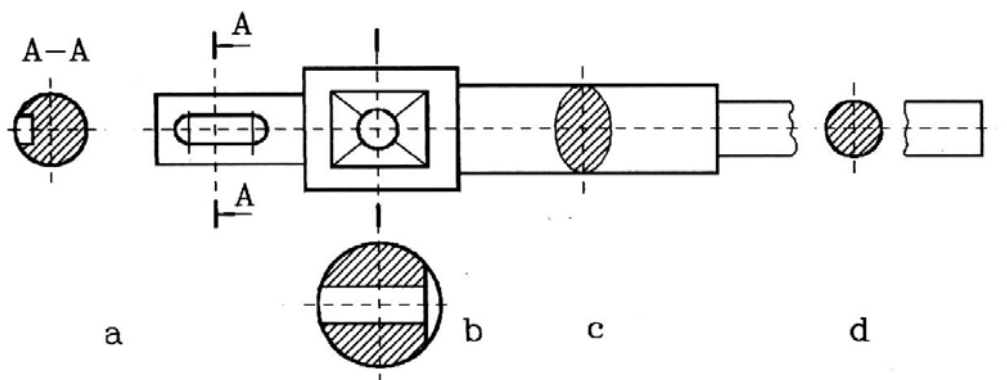


Fig.2.19

✓ *secțiune deplasată*, dacă secțiunea se reprezintă deplasată de-a lungul traseului de secționare, în afara conturului proiecției (fig.2.19 b),

✓ *secțiune suprapusă*, este secțiunea care se reprezintă suprapusă peste reprezentarea în vedere; în acest caz, conturul secțiunilor suprapuse peste vedere se trasează cu linie continuă subțire (fig.2.19 c),

✓ *secțiune intercalată*, dacă secțiunea se reprezintă în intervalul de ruptură dintre două părți ale aceleiași proiecții a piesei (fig.2.19 d).

## 2.3.2.Reprezentarea rupturilor. Reguli de reprezentare în ruptură a pieselor

**2RUPTURA (SECȚIUNEA PARTIALĂ)** este reprezentarea unei piese în proiecție ortogonală, din care se îndepărtează o anumită parte, separând-o de restul piesei printr-o suprafață neregulată (fig.2.18).

Ruptura se execută în scopul:

- ✓ *reducerii spațiului ocupat pe desen de reprezentarea piesei,*
- ✓ *reprezentării unor porțiuni din piesă care la reprezentarea în alte proiecții (vederi, sau secțiuni) sunt acoperite vederii.*

Linia de ruptură se trasează cu linie continuă subțire ondulată, pentru piesele din materiale metalice și nemetalice, excepție făcând piesele executate din lemn, unde linia de ruptură este o linie trasată în zig-zag (fig.2.18).

La reprezentarea rupturilor, trebuie avute în vedere următoarele reguli:

- Linia de ruptură nu trebuie să coincidă cu o muchie sau cu o linie de contur, sau să fie trasată în prelungirea acestora.
- În cazul reprezentărilor obiectelor simetrice pe jumătate sau pe sfert, sau jumătate vedere-jumătate secțiune, linia de ruptură nu se trasează, ea fiind înlocuită de linia de axă (fig.2.21).

## 2.3.4.Norme generale pentru reprezentarea secțiunilor

∕Piesele pline (șuruburi, știfturi, nituri , osii, pene, arbori, spițele roților de mână, nervuri) în proiecție longitudinală se reprezintă în vedere, chiar dacă planul de secționare trece prin axa lor de simetrie sau printr-o parte din ele.

∕Dacă planul de secționare taie o nervură în lungul ei aceasta se reprezintă în vedere (nehașurat) și dacă nervura este tăiată transversal se va reprezenta în secțiune (hașurată) (fig.2.20).

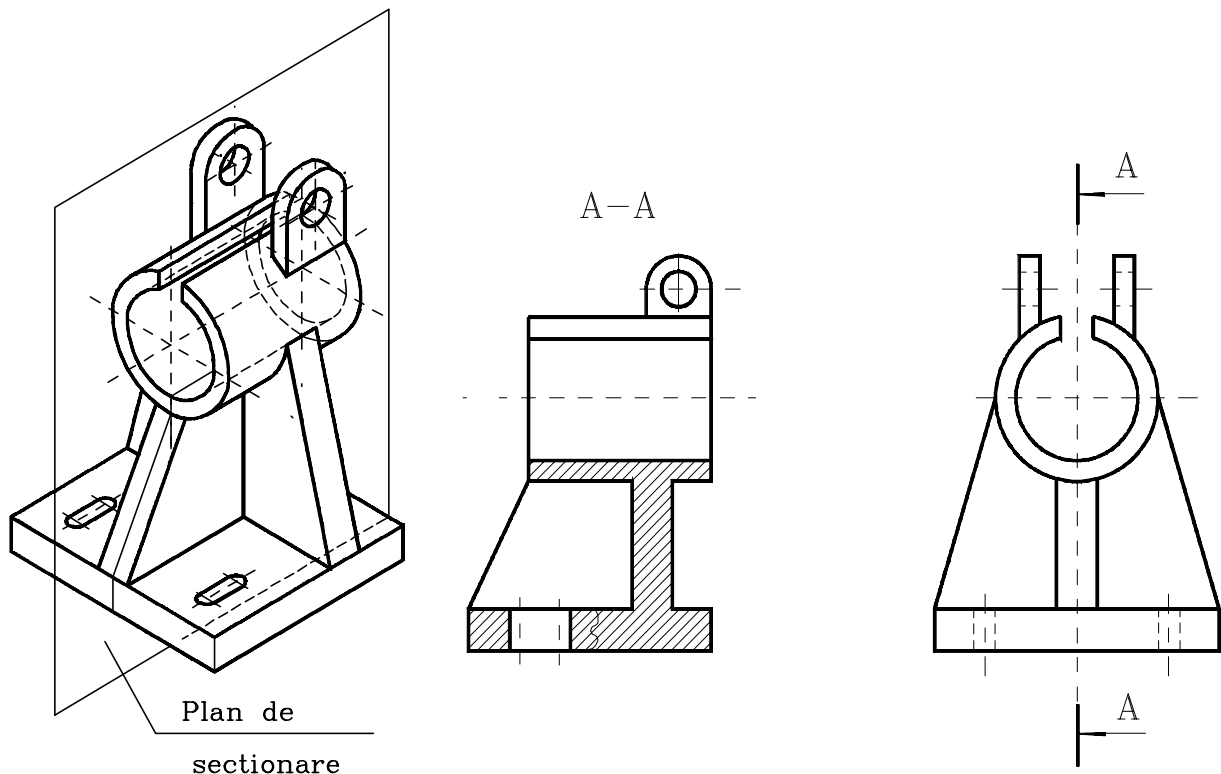


Fig.2.20

∕Piesele care admit plane de simetrie se pot reprezenta în desen combinat, jumătate vedere – jumătate secțiune, respectându-se următoarele reguli (fig.2.21):

→ în proiecție pe planul vertical,  $[V]$ , se reprezintă în vedere partea din stânga axei de simetrie, iar în secțiune partea din dreapta acestei axe,

→ în proiecție pe planul orizontal,  $[H]$ , se reprezintă în vedere partea de deasupra axei de simetrie, iar în secțiune partea de sub axă,

→ în proiecție pe planul lateral,  $[L]$ , se reprezintă în vedere partea din stânga axei de simetrie, iar în secțiune partea din dreapta axei.

∕În cazul reprezentării unui detaliu la o scară de mărire, pentru o mai bună înțelegere a desenului respectiv, detaliul respectiv va fi înscris într-un cerc pe proiecția în cauză și se reprezintă separat; reprezentarea detaliului se va face la o scară de mărire și va fi limitată de o linie de ruptură (fig.2.22).

∕Proiecțiile înclinate se reprezintă pe un plan ajutător de proiecție, paralel cu suprafața respectivă, sau rotite față de poziția rezultată din proiecție, situație în care se indică simbolul de rotație deasupra reprezentării, după litera de identificare a proiecției.

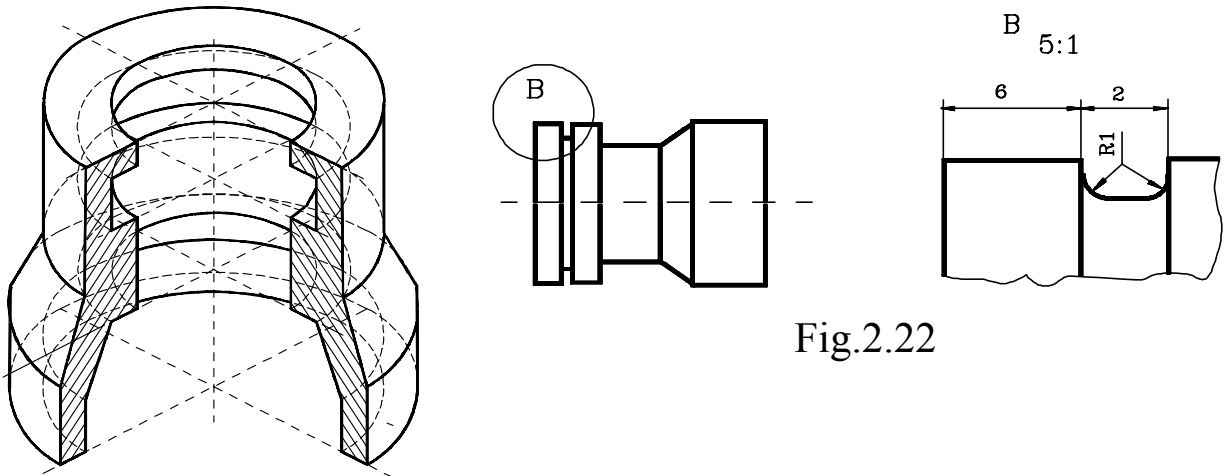


Fig.2.22

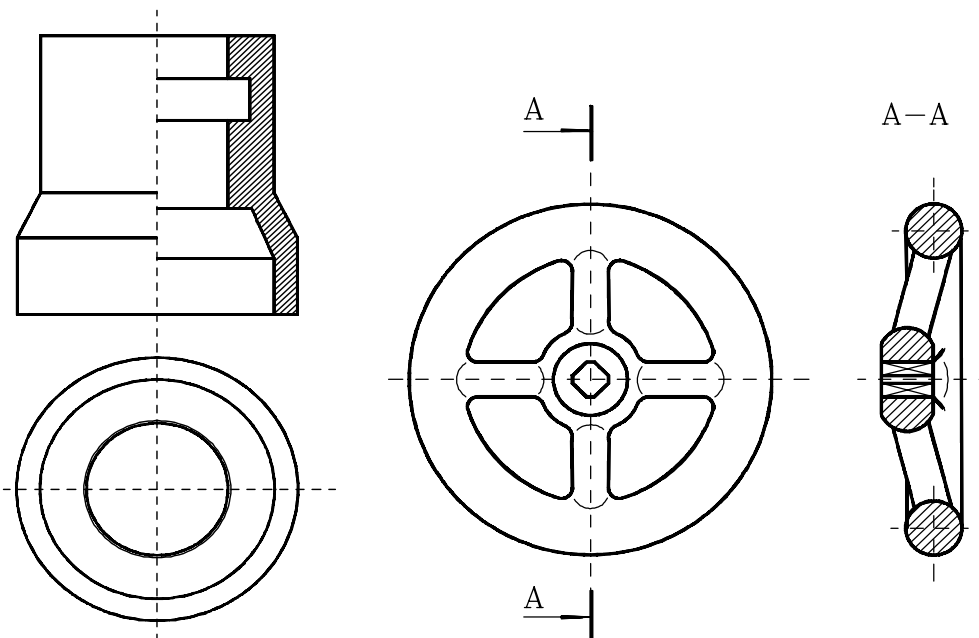


Fig.2.21

Fig.2.23

Simbolurile prin care se notează proiecțiile reprezentate rotit sau desfașurat, indiferent de sensul de rotire sau de desfășurare, se trasează cu linie de aceeași grosime cu literele după care sunt înscrise și de aceeași mărime cu ele.

La reprezentarea întreruptă a unui obiect, folosind o linie de ruptură, numărul elementelor identice care se repetă se specifică cu ajutorul unei linii de indicație.

Reprezentarea corectă a roților de manevră este indicată în figura 2.23, unde se observă că spițele sunt reprezentate în vedere, chiar dacă planul de secționare trece prin axa lor.

Obiectele simetrice se pot reprezenta pe jumătate sau numai pe sfert pentru a reduce astfel spațiul ocupat în desen. În aceste situații, axele de

simetrie se notează la fiecare capăt prin două liniuțe paralele subțiri, perpendiculare pe axă sau prin depășirea liniei de axă cu linia de contur a piesei cu 2..3 mm (fig.2.24).

Elementele unei piese care se repetă identic pe aceeași proiecție (cum sunt găurile, danturile, etc.), pot fi reprezentate complet o singură dată, în poziții extreme, sau pe o mică porțiune, restul elementelor identice fiind reprezentate convențional simplificat (fig.2.25).



Fig.2.24

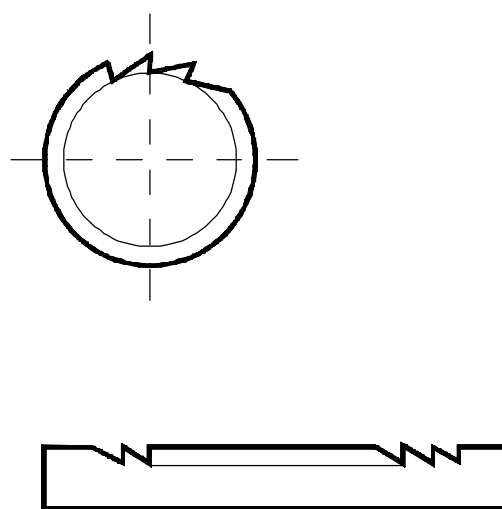
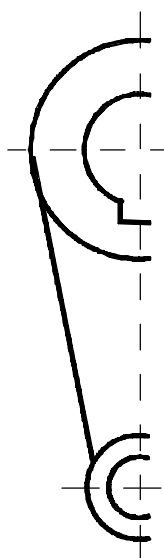


Fig.2.25

Conturul pieselor sau ansamblurilor învecinate se trasează cu linie-două-puncte-subțire, dacă acestea contribuie la înțelegerea interdependenței dintre piese. Piesele învecinate nu se hașurează, chiar dacă sunt reprezentate în secțiune (fig.2.26).

Conturul pieselor mobile, aflate în poziție extremă sau intermediară de mișcare se trasează cu linie două-puncte-subțire. Piesele astfel poziționate nu se hașurează, chiar dacă sunt reprezentate în secțiune (fig.2.27).

În documentațiile tehnologice se acceptă următoarele reguli de reprezentare:

→ pe desenele din planurile de operații și din fișele tehnologice, conturul suprafețelor neprelucrate în operația prevăzută în fișa tehnologică dată se trasează cu linie subțire, iar conturul suprafețelor care urmează să fie prelucrate în operația respectivă, cu linie continuă groasă (fig.2.28),

→ *conturul adausului de prelucrare pe desenele de piese finite și conturul pieselor finite pe desenele de semifabricate, se trasează cu linie punct groasă (fig.2.29).*

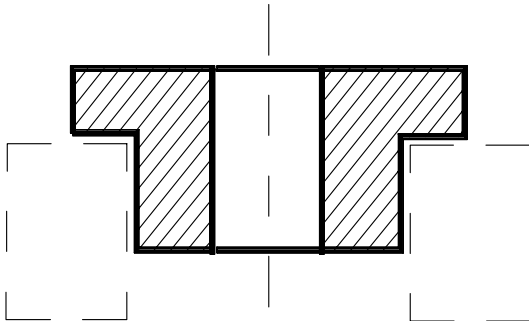


Fig.2.26

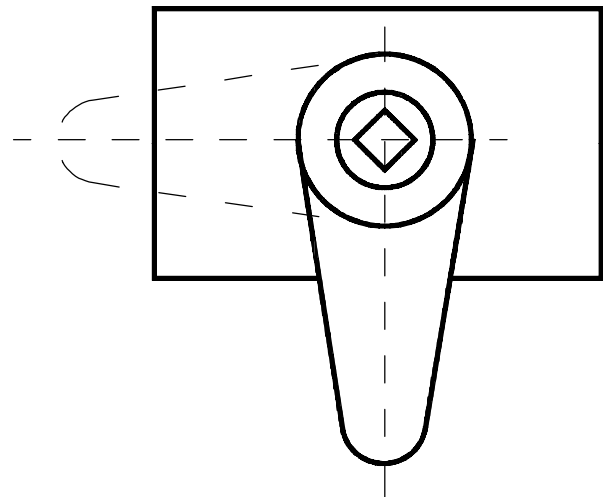


Fig.2.27

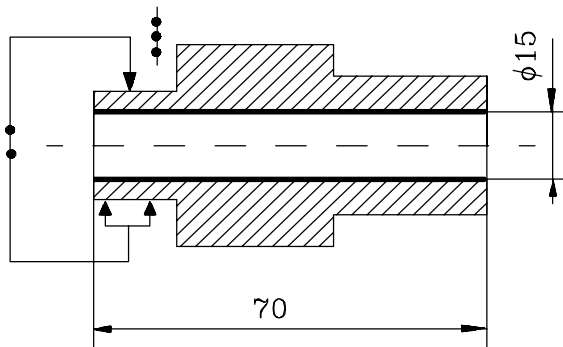


Fig.2.28

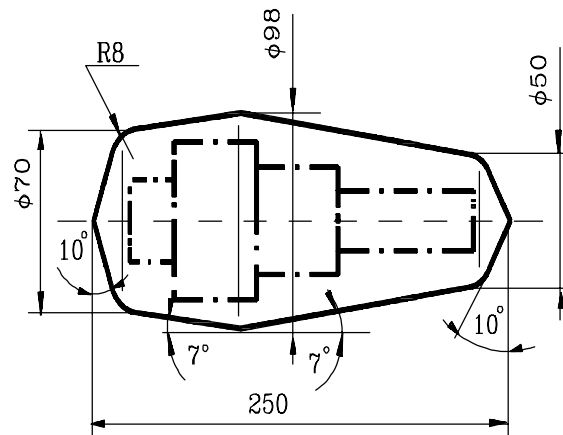


Fig.2.29

### 2.3.5. Hașuri utilizate în desenul tehnic

Hașurarea reprezintă notarea convențională grafică pe desen a diferitelor tipuri de materiale (STAS 104-80).

Pentru diferite materiale din care sunt confecționate obiectele, standardul menționat stabilește forma și aspectul hașurilor, potrivit reprezentărilor din figura 2.30.

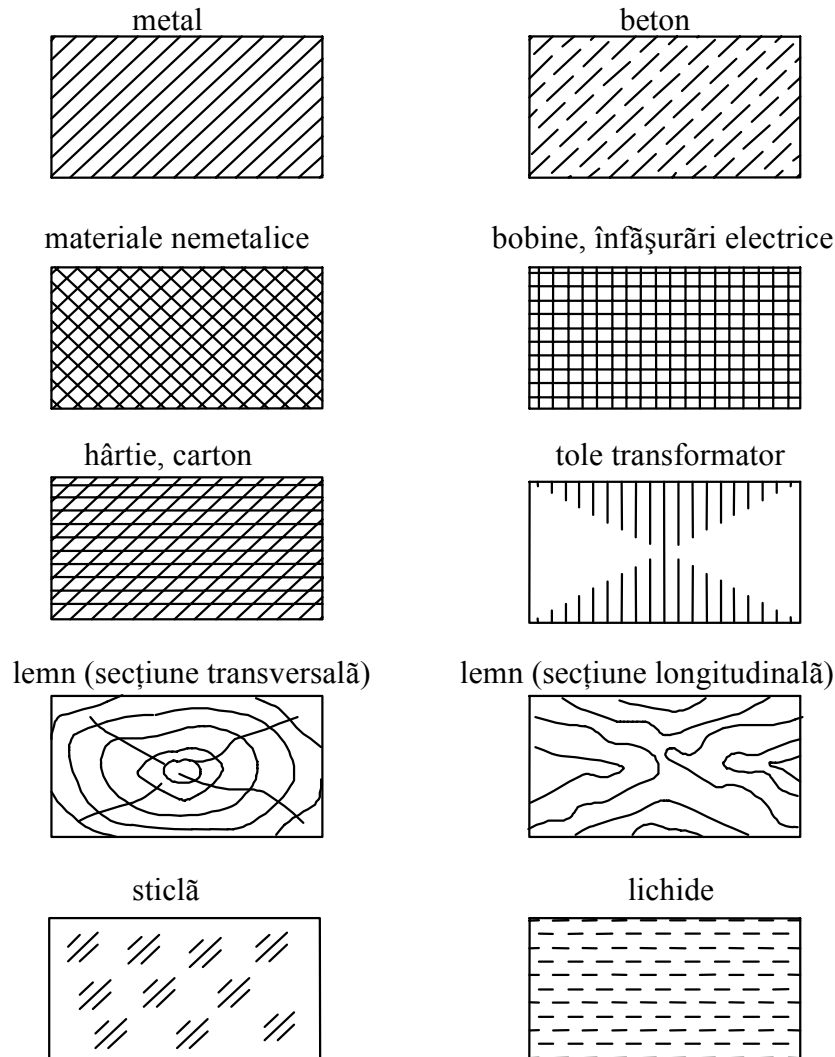


Fig.2.30

- Părțile pline ale pieselor metalice secționate se hașurează cu linie continuă subțire, înclinată la un unghi de  $45^\circ$  spre dreapta sau spre stânga față de linia de contur a proiecției, față de axa de simetrie a piesei sau față de chenarul desenului. Distanța între liniile de hașura este de 0,5-6 mm și se alege în funcție de mărimea suprafeței hașurate.
- Hașurile tuturor secțiunilor care se referă la aceeași piesă se trasează în același sens, cu aceeași înclinare și la aceeași distanță.
- În cazul a două sau mai multe piese alăturate reprezentate în secțiune, deosebirea unei piese față de alta se face fie prin modificarea orientării liniilor de hașură, fie modificând desimea acestora (fig.2.31).



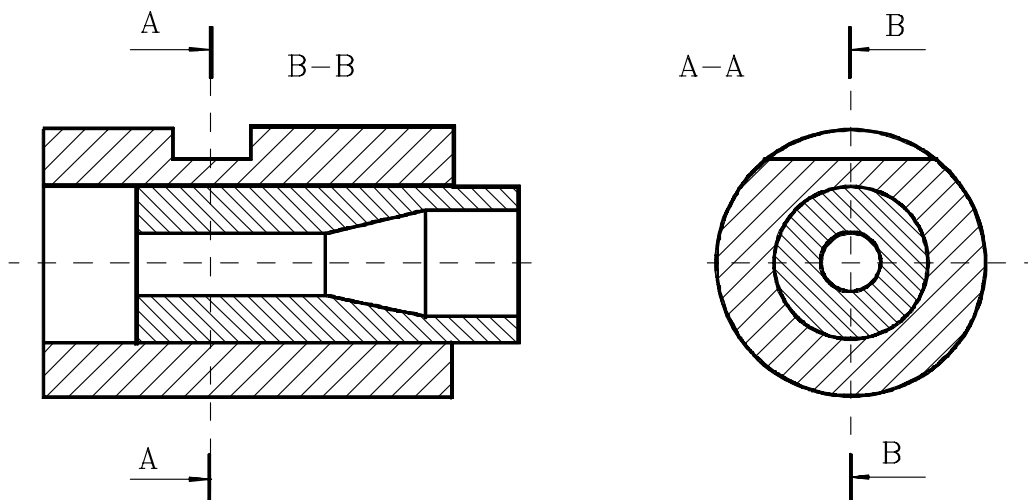


Fig.2.31

- În cazul secțiunilor în trepte, hașurările corespunzătoare diferitelor trepte se trasează în același sens, cu aceeași înclinare și distanță, însă decalate între ele la fiecare schimbare de plan.
- Secțiunile a căror lățime nu depășește 2 mm se pot înegri complet, iar în cazul unor piese asamblate reprezentate în secțiune, între conturul unei piese și următoarea piesă se lasă un spațiu de 1-2 mm (fig.2.32).

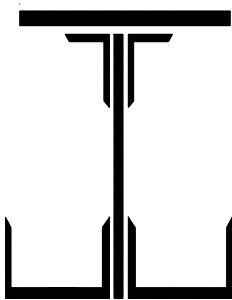


Fig.2.32

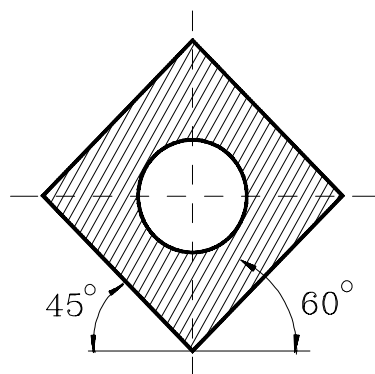


Fig.2.33

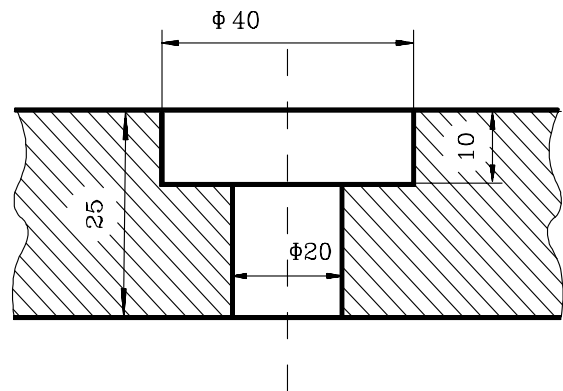


Fig.2.34

- În cazul în care anumite părți ale proiecției secțiunii sunt înclinate la un unghi de  $45^\circ$ , hașurile se trasează înclinate la  $30^\circ$ , sau  $60^\circ$  cu scopul de a nu confunda tipul de material din care este confecționată piesa (fig.2.33).
- Hașurile se întrerup în porțiunea unde întâlnesc o cotă sau o inscripție (fig.2.34).

## 2.4 Teme

1. Piesele pline (gen: nituri, șuruburi, arbori, pene, nervuri, ș.a) secționate longitudinal se reprezintă astfel:

- jumătate vedere, jumătate secțiune.
- hașurat parțial (prin rupturi parțiale, trasate cu linie subțire ondulant).
- în vedere, chiar dacă planul de secționare trece prin axa lor de simetrie, sau printr-o parte din ele.
- hașurat în întregime (secțiune propriu-zis).

2. În desenele alăturate (figurile 2.35 și 2.36) se aplică regulile de reprezentare a proiecțiilor în vedere. Identificați și enunțați aceste reguli.

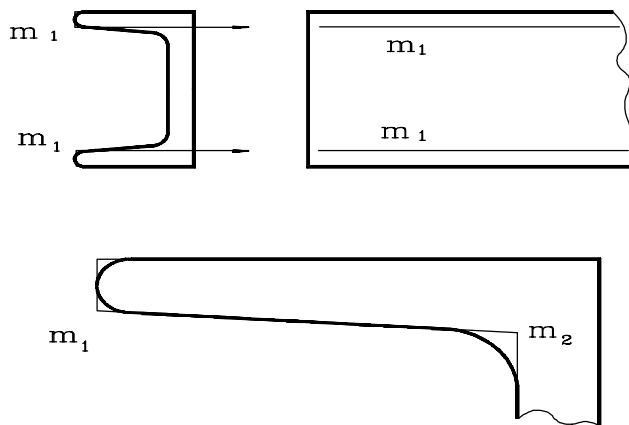


Fig. 2.35

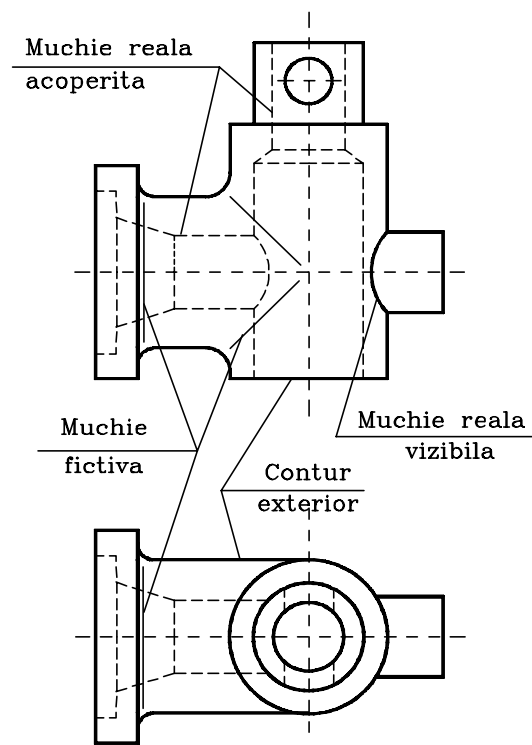


Fig. 2.36

3. După poziția planului de secționare față de planul orizontal de proiecție, secțiunile se clasifică în:

- a) secțiuni orizontale, verticale și frânte;
- b) secțiuni orizontale, transversală și oblică;
- c) secțiuni orizontale, verticale și înclinată.

4. Efectuați o secțiune longitudinală verticală prin cotul prezentat în figura 2.36.

5. După poziția pe desen a secțiunilor propriu-zise față de proiecția principală, secțiunile se clasifică în:

- A) secțiuni orizontale, intercalate, deplasate și frânte;
- B) secțiuni obișnuită, deplasată, intercalată și suprapusă;
- c) secțiuni transversală, verticale deplasată, intercalată și înclinată;

6. După forma suprafeței de secționare, secțiunile se clasifică în:

- a) secțiuni orizontale, intercalate, deplasate și frânte;
- b) secțiuni plană, în trepte, cilindrică și frântă;
- c) secțiuni plană, verticale circulară, intercalată și în trepte

7. Să se definească vederea și să se reprezinte proiecția pe planul lateral și să se reprezinte muchiile acoperite ale piesei din imaginea alăturată. – figura 2.37.

---

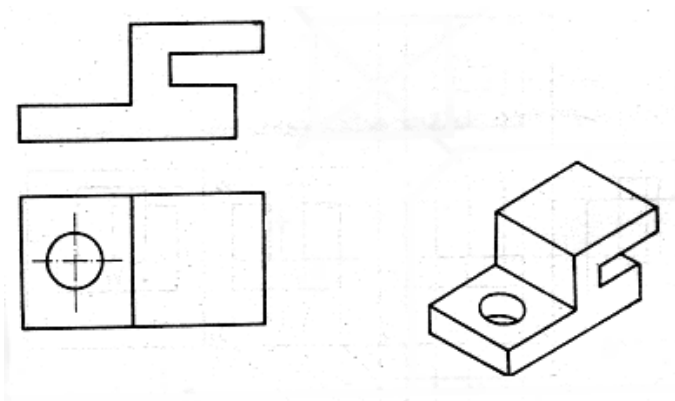


Figura 2.37

8. Pentru piesa din imaginea 2.37 se realizeze o secțiune orizontal .

9. . S se reprezinte o secțiune deplasat pentru piesa din figura 2.38, dup traseul de secționare indicat.

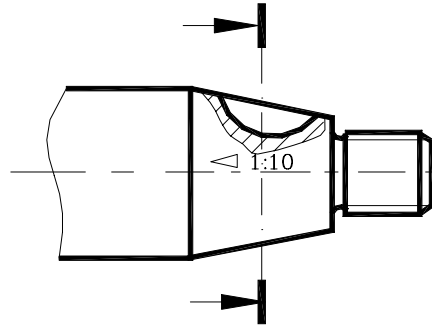


Figura 2.38

10. • S se deseneze o vedere parțial pentru piesa din imaginea 2.39 dup direcția indicat (A), având în vedere că forma piesei este paralelipipedică.

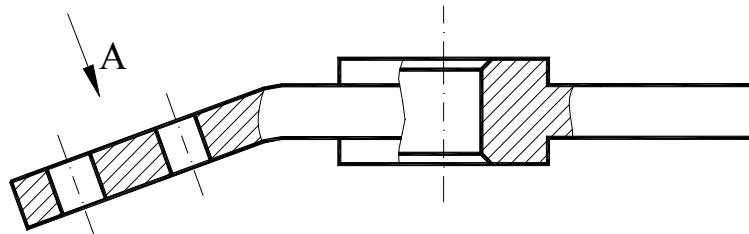


Figura 2.39

11. Pentru a defini dispunerea proiecțiilor sunt suficiente proiecțiile reprezentate în figura 22.1:

- da, pentru că se înțelege configurația piesei;
- nu, pentru că trebuia reprezentată și o secțiune;
- nu, deoarece dispunerea proiecțiilor necesită realizarea a șase proiecții pe șase direcții diferite;

---

<b><u>CAPITOLUL 2</u></b> .....	<b>29</b>
<b><u>REPREZENTAREA PIESELOR ÎN PROIECTIE ORTOGONALĂ</u></b> .....	<b>29</b>
<b><u>2.1.Sisteme de proiectie</u></b> .....	<b>29</b>
<b><u>2.2.Reprezentarea pieselor în vedere. Reguli de reprezentare</u></b> .....	<b>31</b>
<b><u>2.3.Reprezentarea pieselor în secțiune</u></b> .....	<b>34</b>
<b><u>2.3.1.CLASIFICAREA SECȚIUNILOR. REGULI DE REPREZENTARE A PIESELOR SECȚIONATE</u></b> .....	<b>35</b>
<b><u>2.3.2.REPREZENTAREA RUPTURILOR. REGULI DE REPREZENTARE ÎN RUPTURĂ A PIESELOR</u></b> .....	<b>40</b>
<b><u>2.3.4.NORME GENERALE PENTRU REPREZENTAREA SECȚIUNILOR</u></b> .....	<b>40</b>
<b><u>2.3.5.HĂȘURI UTILIZATE ÎN DESENUL TEHNIC</u></b> .....	<b>44</b>
<b><u>2.4 Teme</u></b> .....	<b>47</b>

---

## Capitolul 3

# COTAREA DESENELOR TEHNICE

### 3.1.Principii generale de cotare

Un desen, pentru a putea fi folosit la executarea piesei pe care o reprezintă trebuie să conțină, pe lângă toate tipurile de reprezentări necesare descrise în capitolul precedent (vederi, secțiuni, rupturi) și valorile numerice ale dimensiunilor care definesc piesa respectivă (“legarea” dimensională a obiectului spațial – imaginar, sau materializat – ca se desenează, de imaginea sa plană – desenul).

Valoarea numerică a unei dimensiuni reprezintă caracteristica geometrică liniară, sau unghiulară care stabilește mărimea unei piese, distanța dintre două elemente geometrice (puncte, linii, suprafețe) ale aceleiași piese, sau distanța dintre două repere, părți componente ale aceluiași ansamblu, ori distanța dintre două ansambluri aflate într-o relație funcțională anume.

Procedeul de determinare și de înscriere pe un desen de produs finit, sau o schiță (termenii “desen produs finit” și “schiță” vor fi definiți ulterior), a dimensiunilor unui reper, sau ale unui ansamblu se numește **cotare** iar dimensiunea respectivă se numește **cotă**.

Există trei modalități de definire a cotelor (dimensiuni liniare, sau unghiulare):

➤ **metoda analitică:** care constă în determinarea valorilor cotelor în urma unor calcule de dimensionare specifice (de exemplu, aplicând cunoștințele de mecanică, rezistența materialelor și organe de mașini),

➤ **metoda de relevare:** în care dimensiunile diferitelor cote rezultă prin măsurarea directă a acestora pe piese materializate, sau pe desene de ansamblu (în cazul extragerii de detalii din desenul de ansamblu),

➤ **metoda empirică:** prin care valorile cotelor rezultă în urma unor analize de natură ergonomică, estetică, de limitare a masei pieselor, etc.

**PRODUSUL FINIT**, în sensul cel mai larg al termenului, semnifică un complex de bunuri, servicii și idei care fac obiectul transferului de

proprietate, în condiții date. Această sintagmă a căpătat diverse conotații în ultimul timp, astfel încât este utilizată chiar și în domeniul serviciilor (în turism se vorbește despre un “produs turistic”).

În domeniul tehnic, “produsul finit” semnifică un bun material realizat în urma unui proces de conversie a unui agregat de resurse format din: resurse materiale, resurse umane, resurse financiare și resurse informaționale. (și în cazul serviciilor sunt gestionate aceste resurse pentru atingerea obiectivelor organizației). Diferența esențială dintre produsul finit obținut în tehnică - printr-un proces tehnologic de modelare/transformare a materiei prime și/sau de generare a unei forme funcționale - și produsul finit din domeniul serviciilor constă în faptul că produsul finit în tehnică poate fi o componentă funcțională a altui produs, în timp ce produsul din servicii se consumă odată cu serviciul oferit.

Cotarea desenelor tehnice se efectuează conform reglementărilor prevăzute în standardul **SR ISO 129:1994** (Desene tehnice. Cotare. Principii generale, definiții, metode de executare și indicații speciale).

Standardul definește **produsul finit** ca fiind o piesă pregătită pentru montaj sau pentru punere în funcțiune, sau o construcție executată pornind de la un desen. Un produs finit poate fi și o piesă care urmează să fie prelucrată ulterior (cazul pieselor sau a semifabricatelor turnate sau forjate).

Același standard definește și **elementul (geometric)** ca fiind parte caracteristică a unei piese – cum este o suprafață plană, cilindrică, profilată, două suprafețe paralele, etc.

Prin cotarea unui reper, a unui obiect desenat, sau a unei piese trebuie să se determine cu precizie toate dimensiunile necesare funcționării și execuției sale în cele mai bune condiții. Acest lucru este posibil prin înscrierea corectă a tuturor valorilor dimensionale care definesc formele geometrice - cele funcționale și tehnologice - ale corpului geometric reprezentat în plan pe un desen.

O reprezentare a unei piese este definită din punct de vedere dimensional printr-un ansamblu de cote care formează **lanțuri de dimensiuni**. În cadrul acestor lanțuri de dimensiuni există **componente primare**, care trebuiesc respectate întocmai la valorile prescrise pe desen și **elemente secundare** sau de închidere a lanțului dimensional care pot avea caracter informativ sau chiar auxiliar.

---



Stabilirea lanțurilor de dimensiuni se face pornind de la **baze de referință (baze de cotare funcționale și tehnologice, sau baze de așezare)**, convenabil alese în funcție de factorul funcțional și de cel tehnologic.

Prin **bază** se înțelege un element fundamental (punct, linie, sau suprafață) în raport cu care se determină celelalte elemente geometrice (puncte, drepte, sau suprafețe) ale unei piese, sau ansamblu de piese. Deosebim:

➤ **baze funcționale** - baze în raport cu care se determină univoc produsul finit; în scopul îndeplinirii rolului funcțional pentru care a fost conceput și, de obicei, coincid cu bazele de cotare,

➤ **baze tehnologice** - baze în raport cu care se determină poziția unei piese în timpul execuției acesteia, în raport cu dispozitivul de poziționare a piesei pe mașina unealtă, în raport cu scula prelucrătoare și cu mașina unealtă.

Orice piesă, considerată ca un solid rigid liber, are șase grade de libertate: deplasarea în lungul a trei axe reciproc perpendiculare, alese arbitrar și rotația în jurul acestor trei axe. Ca urmare, pentru determinarea poziției unei piese sunt necesare șase coordonate independente în raport cu trei plane reciproc perpendiculare. Aceste șase coordonate vor deveni șase mărimi independente care determină abaterile dimensionale - după cele trei direcții - și abaterile de poziție ale piesei.

Cele trei plane ale reperului se vor alege astfel încât să coincidă cu bazele funcționale (suprafețe ale piesei, sau ansamblului, impuse de funcționare), respectiv bazele tehnologice, care au stat la baza proiectării produsului finit, sau care vor sta la baza execuției acestuia.

Fiecare din cele șase coordonate - în raport cu reperul funcțional, respectiv tehnologic - care determină poziția piesei, va rezulta din rezolvarea unui lanț de dimensiuni, constituind elementul rezultat al acestuia.

Așadar, se vor rezolva atâtea lanțuri de dimensiuni câte grade de libertate la deplasare, sau rotire are reperul considerat. (Despre lanțuri de dimensiuni și rezolvarea lor se va discuta în capitolul *Precizia produsului finit*.)

În scopul realizării unei cotări cât mai simple și mai aerisite a desenelor, pentru ca citirea lor să se facă cu cât mai multă ușurință, trebuie respectate o serie de principii, dintre care menționăm pe următoarele:

✓la cotarea unui reper se va ține seama de analiza formelor geometrice simple precum și de studiul tehnologic făcut reperului (vezi și axiomele geometriei descriptive),

✓cunoscându-se formele simple din punct de vedere geometric (corpuri geometrice simple de revoluție sau prismatice cum sunt, de exemplu, conul, cilindrul, trunchiul de piramidă, etc.), care contribuie la alcătuirea formei finale a piesei se pot determina cotele importante care vor defini piesa în cauză,

✓înainte de începerea cotării se determină suprafețele de referință (bazele) în raport cu care se vor defini cotele.

Ca baze de cotare se pot alege:

➤suprafețe plane, prelucrate, perpendiculare pe planul proiecției care se cotează, de regulă având poziții extreme și care au un rol funcțional, fiind relativ ușor accesibile pentru măsurarea respectivelor elemente geometrice ale piesei care sunt cotate luând ca bază suprafața respectivă,

➤planele de simetrie reprezentate în desen prin axele de simetrie ale piesei.

## 3.2.Elementele cotării. Norme și reguli de cotare

Principiile generale, definiții, metode de cotare, indicații speciale, elementele cotării, precum și regulile generale referitoare la execuția cotării în reprezentările grafice sunt reglementate de **SR ISO 129:1994**.

✓Exceptând cazurile în care sunt precizate într-o documentație anexă, toate informațiile privind definirea dimensională clară și completă – exhaustivă – a unei piese sau a unui element geometric al piesei trebuie să se regăsească înscrise direct pe desen.

✓Pentru a defini corect imaginea plană a obiectului spațial (imaginar, sau real) sub formă de schiță sau desen de produs finit trebuie înscrise doar cotele strict necesare. Aceste cote se înscriu pe acele proiecții în care sunt reprezentate cel mai clar elementele geometrice la care se face referință (de obicei, pe proiecția principală care reprezintă poziția de funcționare a reperului, sau piesei respective), astfel încât desenul să fie cât mai ușor de “citit”, sau de înțeles (evitând cotarea aceluiași element geometric pe două

---

sau mai multe proiectii - ceea ce se numește supracotare). Cu alte cuvinte, o dimensiune a piesei se va înscrie o singură dată pe o singură proiectie și majoritatea cotelor se vor înscrie pe proiectia principală, care – de obicei - este o secțiune.

/Toate dimensiunile liniare ale desenului unei piese se vor exprima în aceeași unitate de măsură, fără indicarea simbolului unității respective. În construcția de mașini și aparate unitatea de măsură este milimetrul – pentru dimensiunile liniare și gradul pentru dimensiunile unghiulare - și în construcții și în industria textilă este centimetrul. Pentru evitarea oricăror confuzii, simbolul unității predominante pe un desen poate fi precizat printr-o notă, sau prin condiții tehnice.

În cazul în care, din diverse motive, pe desen trebuie indicate alte unități de măsură (de exemplu Nm, pentru momente de rotație, sau micrometrii,  $\mu\text{m}$ , pentru rugozitate), simbolul acelei unității trebuie să figureze împreună cu valoarea numerică respectivă (sau se subînțelege în cazul rugozității – v.cap. 5 *Precizia produsului finit*).

Elementele cotării, exemplificate prin figura 4.1, sunt:










- ✓ *liniile ajutătoare de cotă,*
- ✓ *liniile de cotă,*
- ✓ *liniile de indicație,*
- ✓ *extremitatea liniei de cotă,*
- ✓ *punctul de origine (fig.4.5 b),*
- ✓ *cotele propriu-zise (valorile numerice ale dimensiunilor liniare, sau a celor unghiulare).*

În completarea acestor elemente ale cotării se utilizează simbolurile obligatorii și auxiliare (tab.3.1). Simbolurile obligatorii și auxiliare utilizate la cotare se folosesc pentru a înțelege cât mai corect forma geometrică și profilul elementelor reprezentate și/sau pentru reducerea numărului de proiectii și creșterea productivității muncii în activitatea de desenare. În general, aceste simboluri preced cotele ce se înscriu pe desene.

Modul de utilizare și de reprezentare grafică a simbolurilor obligatorii și a celor facultative se regăsesc în tabelul 3.1 și pot fi identificate în exemplele grafice care urmează.

**1.Liniile ajutătoare de cotă** - se trasează cu linie continuă subțire conform **STAS 103 - 84** – ca de altfel și liniile de cotă și liniile de indicație - și indică suprafețele sau planele între care se face măsurarea.

Tabelul 3.1

<b><i>SIMBOLURI UTILIZATE LA COTAREA DESENELOR TEHNICE</i></b>					
Simboluri obligatorii			Simboluri facultative		
Simbolul	Elementul cotat	Exemplu de cotare	Simbolul	Elementul cotat	Exemplu de cotare
$\phi$	Diametre	$\phi 40$		Latura pătratului	 50
R	Raze de curbură	R 25		Conicitate	 1:10
M	Filete metrice	M 24		Înclinare	 1:50
SR sau $S\phi$	Suprafețe sferice	SR40 sau $S\phi 50$		Egalitate informativă a două cote	v.fig.4.18
	Arce	 40	hex	Suprafețe hexagonale	hex 50

∕Liniile ajutătoare sunt, în general, perpendiculare pe liniile de cotă, depășind linia de cotă cu 2 - 4 mm (fig.3.1 a – imagine intuitivă sau axonometrică și fig.3.1 b în imagine plană – în epură).

∕Ca regulă generală, liniile ajutătoare și liniile de cotă nu trebuie să intersecteze alte linii ale desenului (fig.3.1 a – imagine intuitivă sau axonometrică și fig.3.1 b în imagine plană – în epură). Totuși, în cazurile în care nu este posibil, nici o linie nu trebuie întreruptă (linie ajutătoare sau linie de cotă).

∕Dacă este necesar - în cazul desenelor relativ încărcate, sau în cazul cotării conicităților (fig.3.2) - pentru claritatea cotării se pot trasa liniile ajutătoare înclinate față de linia de cotă și paralele între ele (de exemplu, înclinate la 60° pentru a nu se confunda cu liniile de hașură care, după cum s-a prezentat în capitolul 2, sunt înclinate la 45°).

∕Liniile de construcție concurente precum și linia ajutătoare care trece prin intersecția lor trebuie prelungite puțin dincolo de punctul lor de intersecție (fig.3.3 a, c).

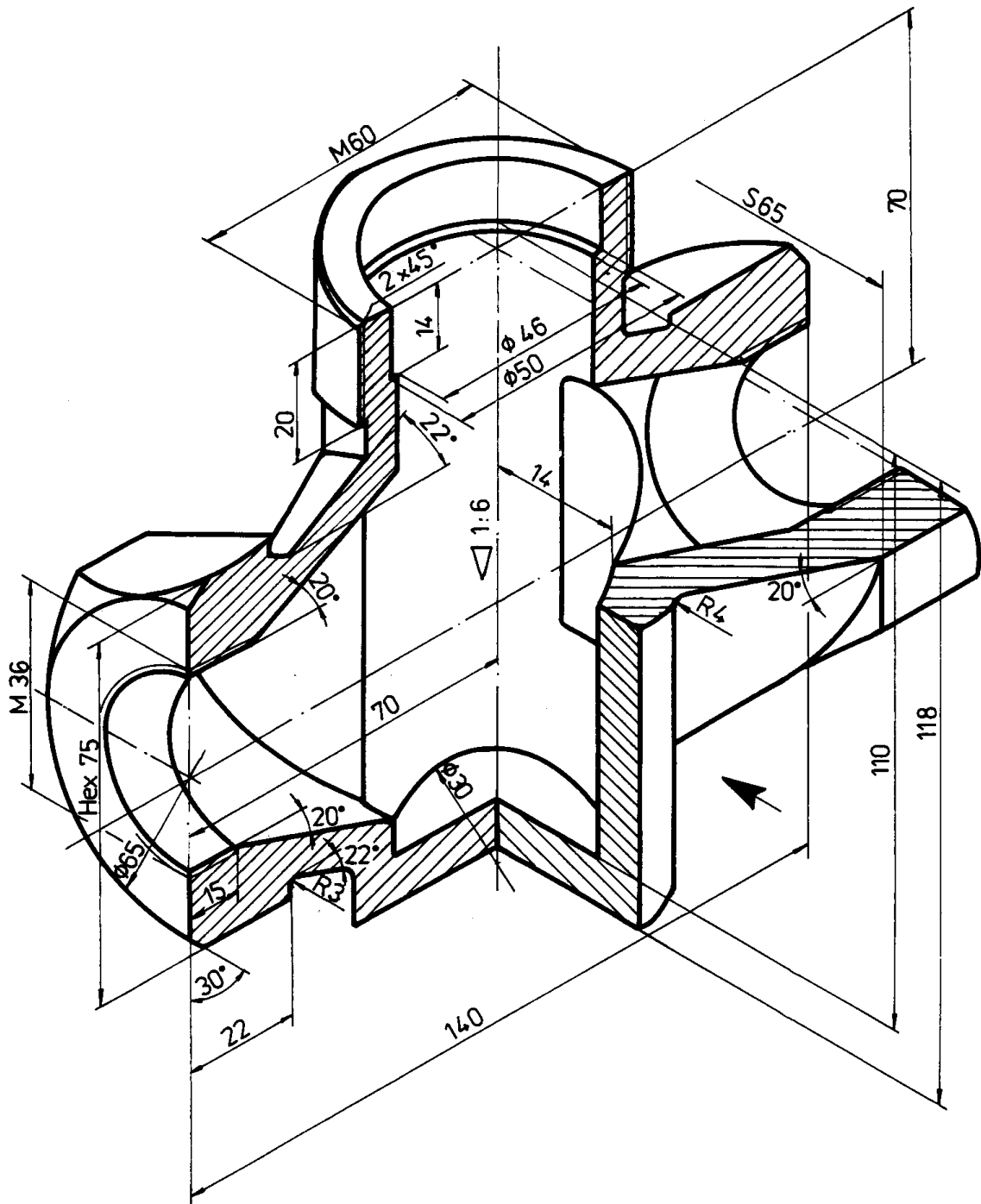


Fig.3.1.a

**2.Liniile de cotă** - se trasează cu linie continuă subțire, paralel cu liniile de contur ale piesei (la o distanță care să se păstreze și între liniile de cotă paralele – spre exemplu, aproximativ 7-10 mm de aceasta) (fig.3.1).

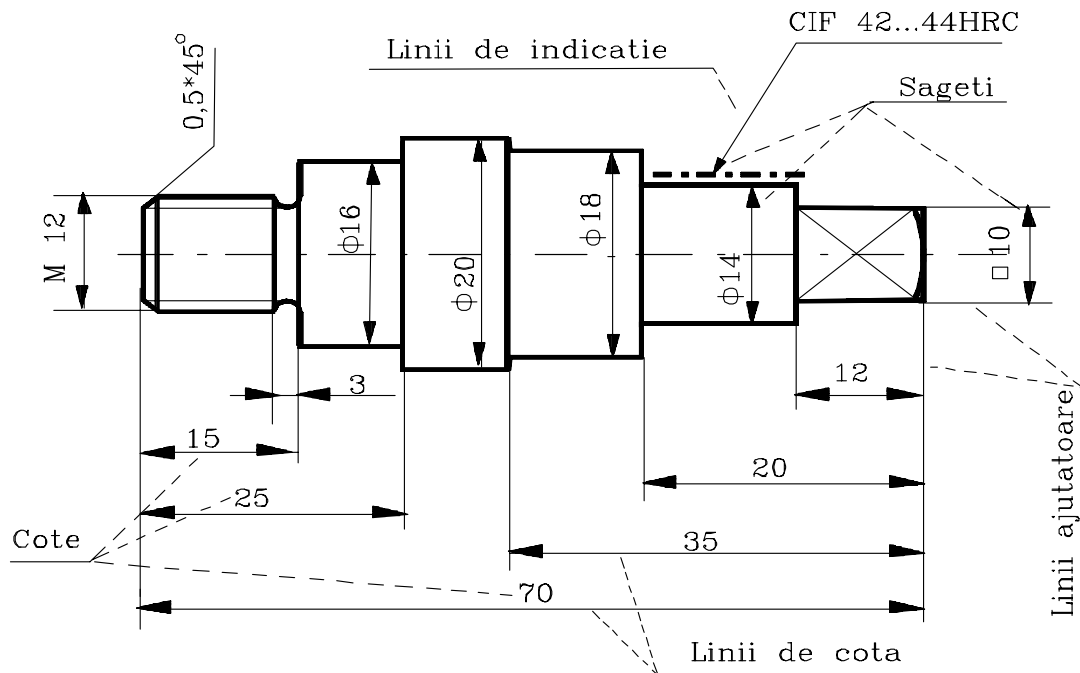


Fig.3.1.b

Liniiile de cotă se trasează fără întrerupere chiar dacă elementul la care se referă este reprezentat întrerupt (cazul rupturilor executate la piesele de lungimi mari – fig.3.4). Excepție se face cazul în care valorile cotelor se vor înscrie astfel încât acestea să fie citite dinspre baza colii de desen.

O linie de axă sau o linie de contur nu se utilizează ca linie de cotă, dar poate fi folosită ca linie ajutătoare de cotă (fig.3.5 a)

În cazul cotării lungimii arcelor de cerc sau a unghiurilor, liniile de cotă se pot executa și curbe (fig.3.5 c, d).

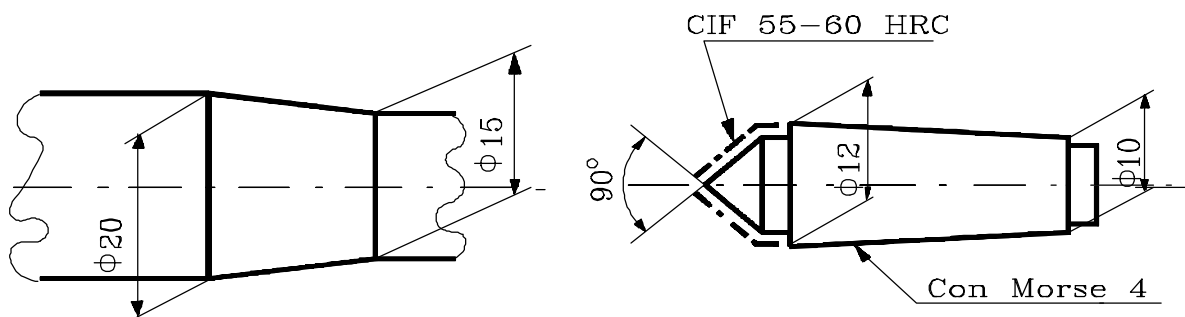


Fig.3.2

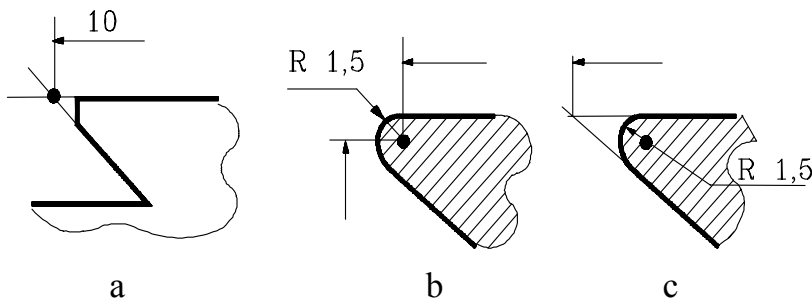


Fig.33

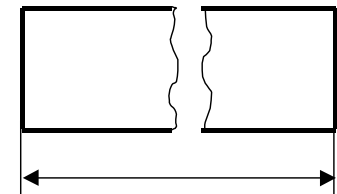


Fig.34

În situația în care se cotează diametre, raze de cerc cu centrul cunoscut sau necunoscut, liniile de cotă pot fi și frânte (fig.36 a).

**3.Extremitățile liniei de cotă și indicarea originii.** Liniile de cotă trebuie să aibă extremități precise (săgeți sau bare oblice) sau, atunci când este cazul, se indică originea cotelor (fig.35 a). Standardul în vigoare (**SR ISO 129:1994**) specifică două tipuri de extremități și un mod de indicare a originii, care sunt:

✓săgeata, sub una din formele din figura 3.7. (ând în vedere tradiția în desenul tehnic, se recomandă prin standard utilizarea săgeții din figura 38 a),

✓bara oblică, reprezentată sub forma unei linii scurte, trasată la 45 (fig.39),

✓indicarea originii se face cu ajutorul unui mic cerc, cu diametrul de aproximativ 4 mm (fig.310),

Dimensiunea extremităților trebuie să fie proporțională cu dimensiunile desenului pe care se află, dar nu mai mare decât este necesar pentru citirea desenului.

Pe același desen se folosește un singur tip de săgeată. Când spațiul este limitat, săgeata poate fi înlocuită printr-o bară oblică sau printr-un punct (fig.311).

Linia de cotă este delimitată de săgeți – care pot fi dispuse din interior spre exterior, sau invers (fig.3.12 a, d) – sau de bare oblice sau puncte și când este necesar se indică punctul de origine, după cum s-a menționat. Dacă spațiul nu permite altfel, cota se înscrie cu ajutorul unei linii de indicație (fig.3.12 b. c).

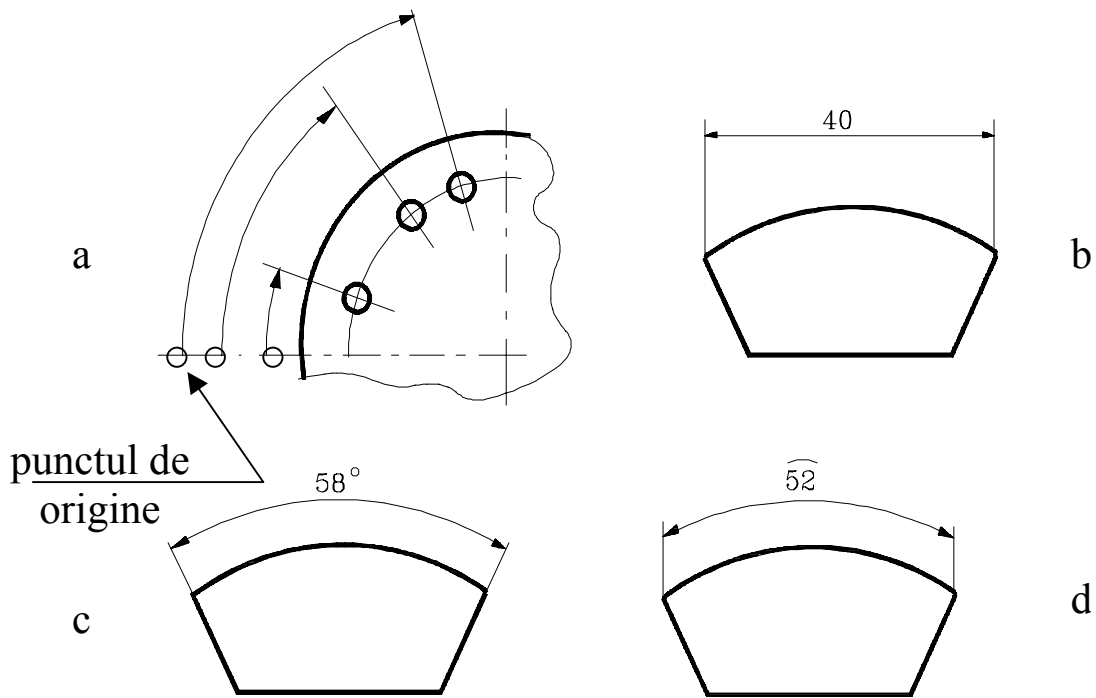


Fig.3.5

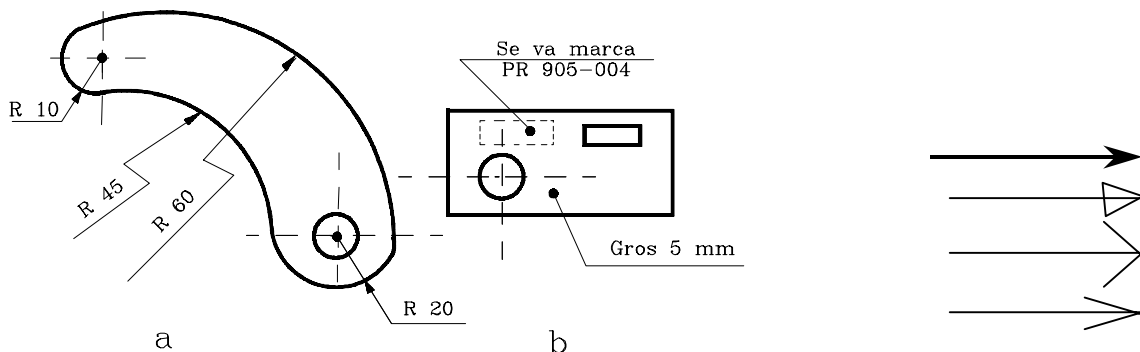


Fig.3.6

Fig.3.7

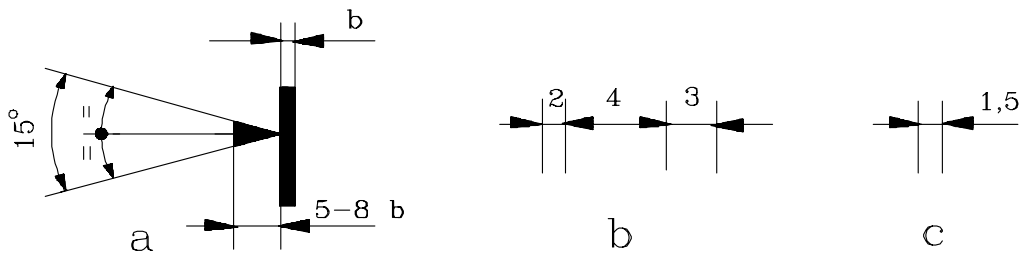


Fig.4.8

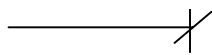


Fig.3.9

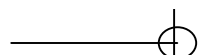


Fig.3.10

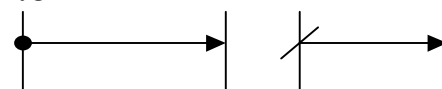


Fig.3.11



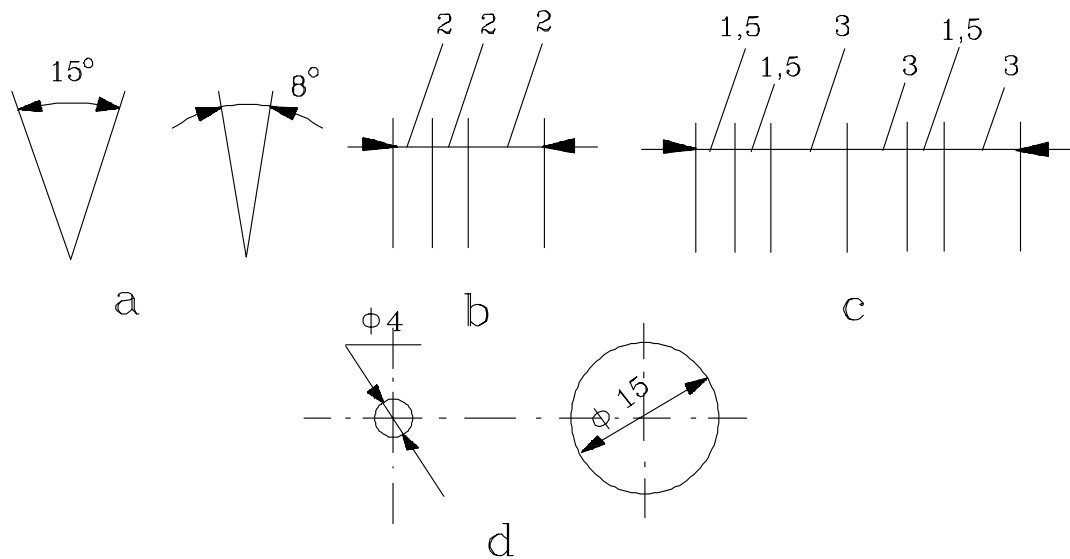


Fig.3.12

✓ Dacă săgeata liniei de cotă întâlnește o linie de contur, în zona săgeții linia de contur se întrerupe (fig.3.13), excepție face cazul în care se intersectează săgeata cu liniile de hașură (fig.3.14).

✓ Linia de cotă poate fi delimitată doar la unul din capete într-una din următoarele situații:

- ✓ la cotarea razelor de racordare (fig.3.6, fig.3.15),
- ✓ la cotarea diametrelor a căror circumferință nu se reprezintă complet (fig.3.16),
- ✓ la cotarea elementelor simetrice reprezentate prin proiecții combinate (jumătate vedere-jumătate secțiune) sau simplificate (numai pe jumătate sau pe sfert) (fig.3.17 a, fig.3.18),

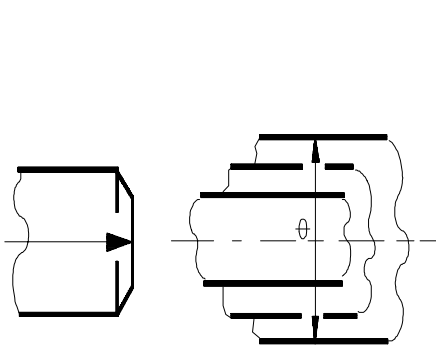


Fig.3.13

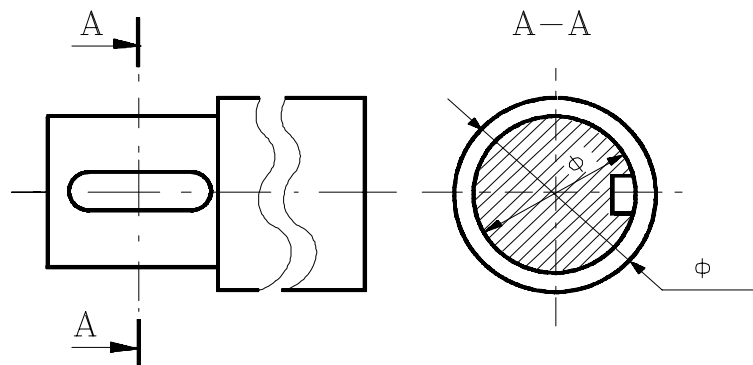


Fig.3.14

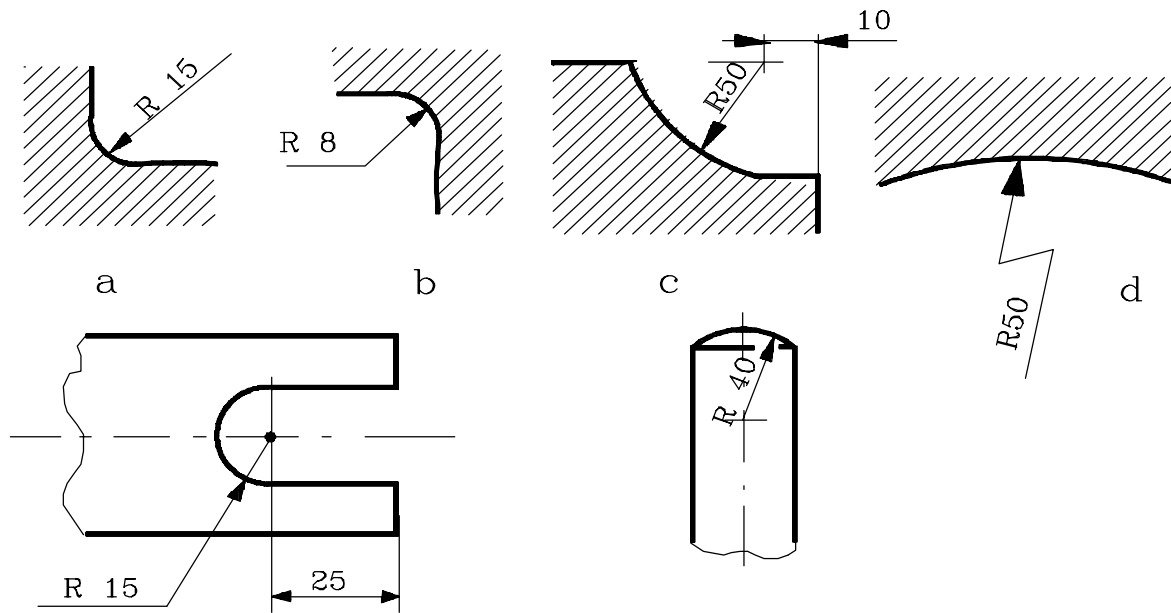


Fig.3.15

✓la cotarea mai multor elemente succesive, paralele și simetrice față de aceeași axă prezente pe proiecții complete (cotarea de diametre succesive dispuse de-a lungul aceleiași axe de simetrie),

✓la cotarea față de un punct de origine unghiular (fig.3.5) sau liniar (fig.3.19) într-un singur sens, sau în ambele sensuri.

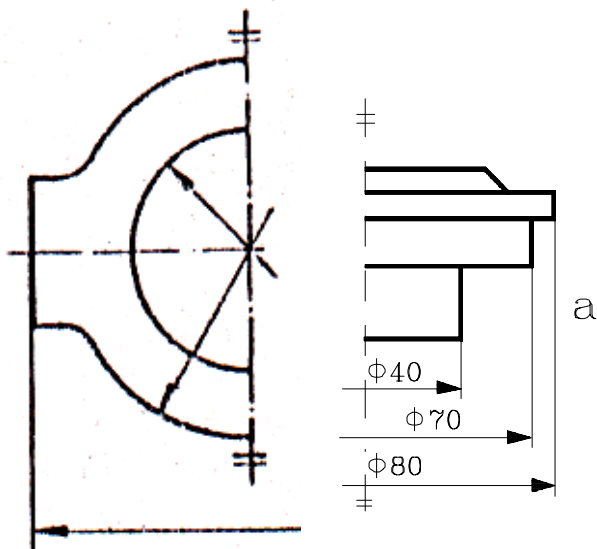


Fig.3.16

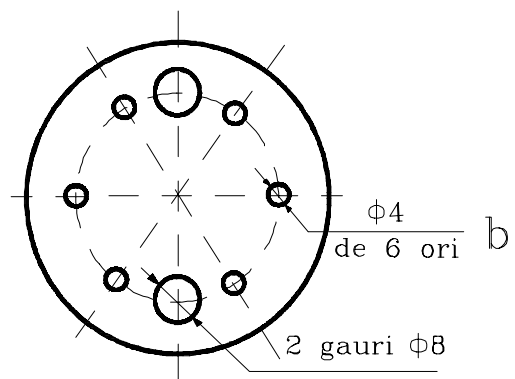


Fig.3.17

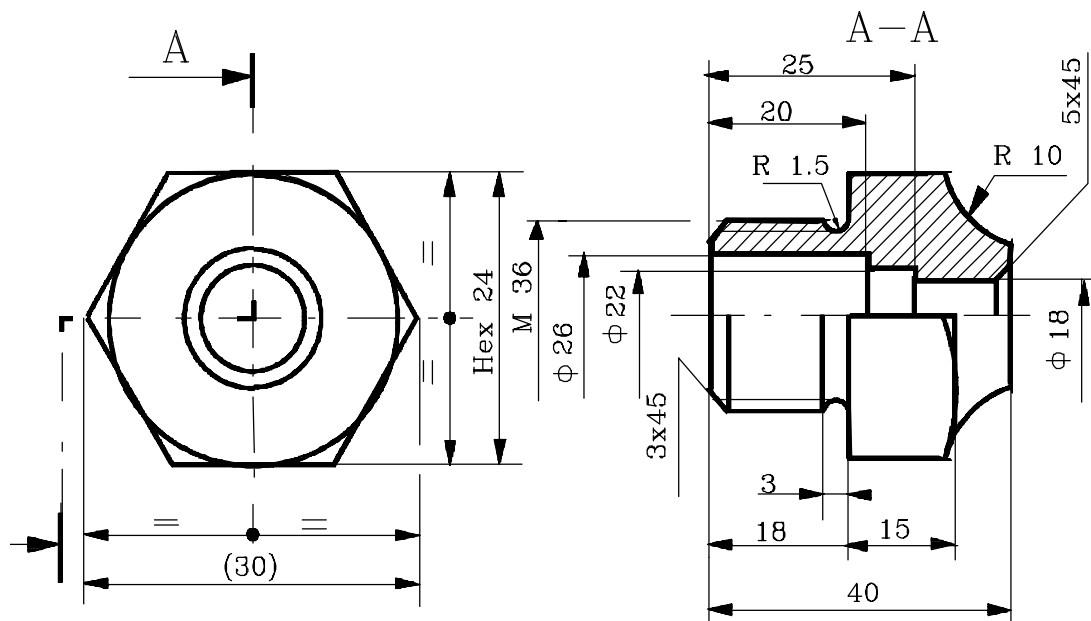


Fig.3.18

**4.Linia de indicație.** Linia de indicație se trasează cu linie continuă subțire și este destinată să completeze informațiile despre desen cu diverse observații, prescripții (fig.3.6 b – în cazul în care se indică grosimea piesei, fig.3.20 – în cazul în care se indică elementele de identificare ale unei găuri de centrare, sau porțiunea pe care piesa se va trata și tratamentul termic prescris pentru aceasta, etc.), cote care din lipsă de spațiu nu pot fi înscrise deasupra liniei de cotă (fig.3.12), sau scurte indicații cu caracter tehnologic.

Linile de indicație, în funcție de rolul îndeplinit, pot fi:

- ✓ terminate cu un punct îngroșat, dacă se referă la o suprafață reprezentată în vedere (fig.3.2, fig.3.21),
- ✓ terminate cu o săgeată, dacă se referă la o linie de contur (fig.3.20) și poate indica un tratament termic, sau scurte indicații tehnice, tehnologice, sau cu privire la starea finală a suprafeței respective – culoarea, acoperirea de suprafață (cadmiată, nichelată, etc.) (fig.3.1),

**5.Cotele propriu-zise** - reprezintă valorile numerice ale dimensiunilor liniare și/sau unghiulare ale elementelor geometrice specificate pe desen. Ele pot fi însoțite de diverse simboluri (tab.3.1) și se înscriu cu cifre arabe cu dimensiunea nominală mai mare de 4,5 mm (conform scrierii standardizate, **SR ISO 4098/1..4-94**) suficient de mare

pentru a se asigura o bună lizibilitate atât a desenului original cât și a reproducerii sale prin diferite metode de copiere.

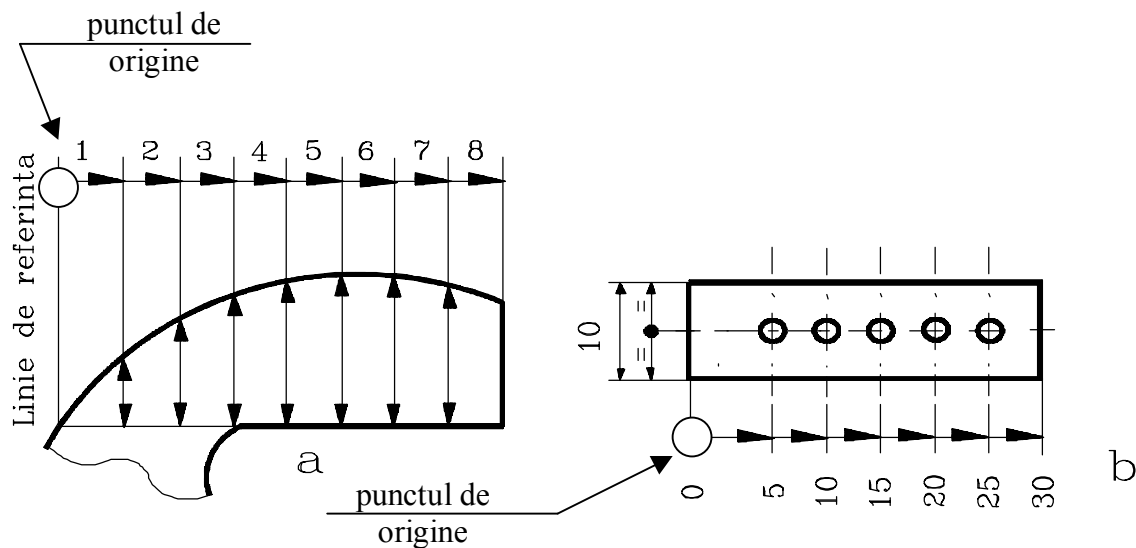


Fig.3.19

Valorile cotelor se vor înscrie folosind una din următoarele două metode:

**2METODA 1:** cotele sunt dispuse paralel cu liniile de cotă și, de obicei, la mijloc, deasupra și la distanță de acestea (figurile 3.1, 3.2, 3.20, 3.21, ș.a.), astfel încât să poată fi citite de jos sau din dreapta desenului (dinspre indicator); valorile înscrise deasupra liniilor de cotă oblice trebuie orientate conform figurii 3.22.

La rândul lor, valorile unghiulare pot fi orientate ca în figura 3.23, varianta a sau b. Este indicată folosirea acestei variante de înscriere a cotelor deoarece este o metodă tradițională în activitatea de proiectare și pentru că nu necesită întreruperea liniei de cotă, operație complementară care consumă timp suplimentar pentru execuția grafică manuală, sau chiar atunci când se utilizează calculatorul electronic.

**2METODA 2:** valorile cotelor se înscriu astfel încât să poată fi citite dinspre partea de jos a desenului și în cazul în care liniile de cotă nu sunt orizontale, atunci acestea se întrerup la aproximativ jumătate din lungimea lor făcându-se astfel loc pentru înscrierea valorii numerice a dimensiunii liniare (fig.3.24) sau unghiulare respective (fig.3.25).

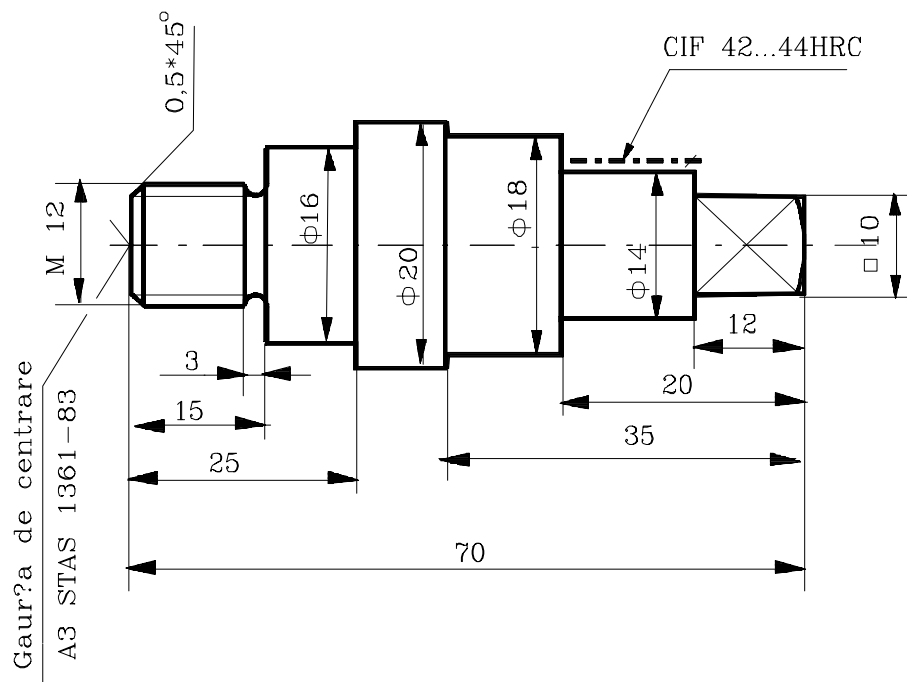


Fig.3.20

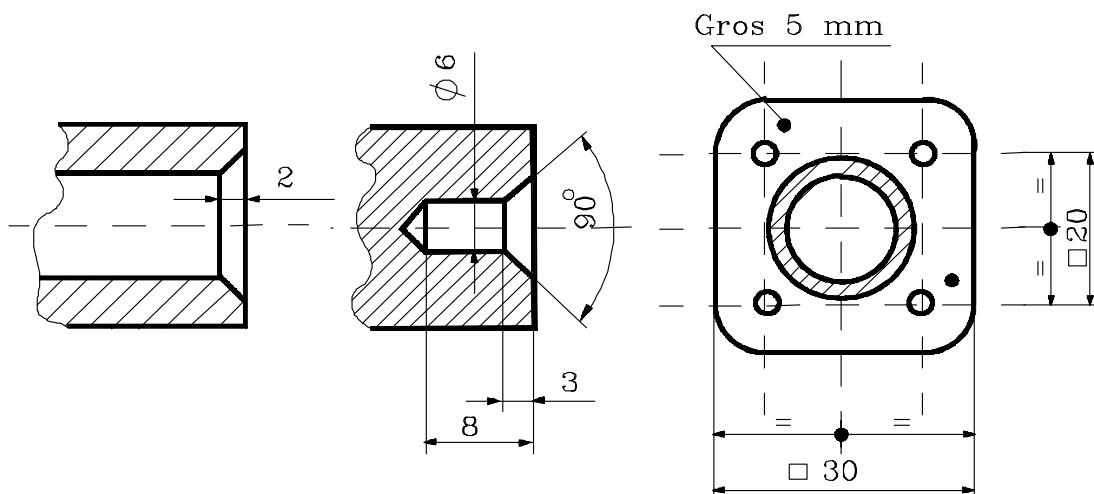


Fig.3.21

Standardul permite adaptarea modului de înscriere a cotelor la diferite situații, astfel:

➔ pentru evitarea urmării unor lungimi mari ale liniei de cotă, valorile cotelor pot fi înscrise mai aproape de una din extremitățile elementului geometric cotat și alternativ de o parte și de alta a axei de simetrie a piesei (fig.3.26, fig.3.28 – înscrierea alternativă a cotelor),

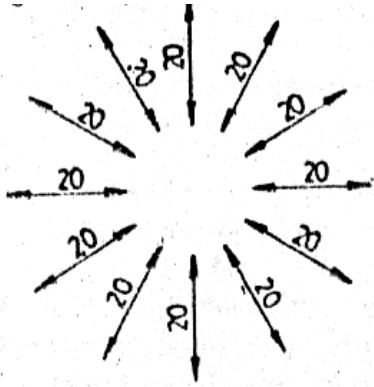
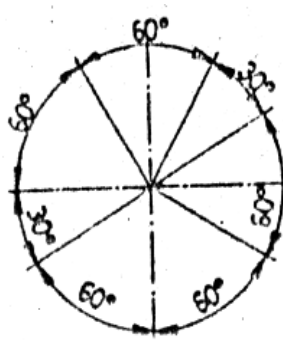
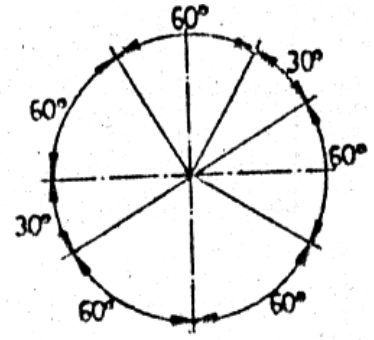


Fig.3.22



a



b

Fig.3.23

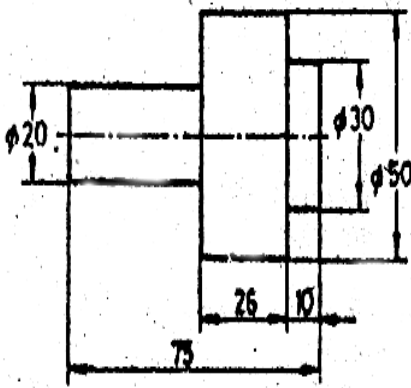


Fig.3.24

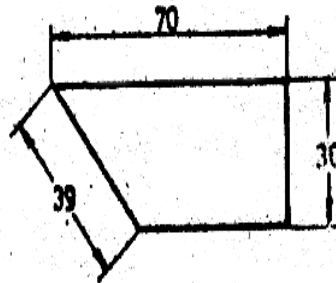


Fig.3.25

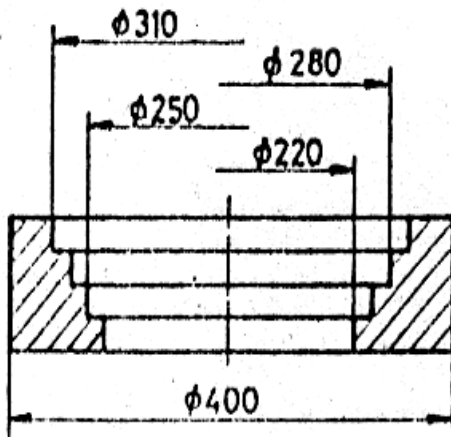
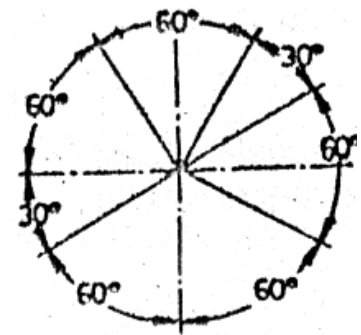


Fig.3.26

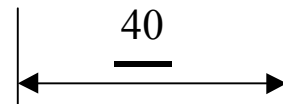


Fig.3.27

→ dacă spațiul cuprins între două linii ajutătoare de cotă nu permite înscrierea corectă a cotei, atunci valoarea numerică a dimensiunii respective se poate înscrie deasupra prelungirii liniei de cotă (fig.3.21 – dimensiunile 9 și  $\phi 6$ ), sau în exteriorul liniei de cotă, la extremitatea unei linii de indicație (fig.3.12 b, c), deasupra prelungirii liniei de cotă atunci

când spațiul nu permite întreruperea liniei de cotă care nu este orizontală (fig.3.12 d),

→ în cazul cotelor referitoare la părți ale unei piese care, în mod excepțional, nu sunt desenate la scară (cu excepția vederilor întrerupte fig.3.4), valoarea reală a dimensiunii trebuie subliniată (fig.3.27).

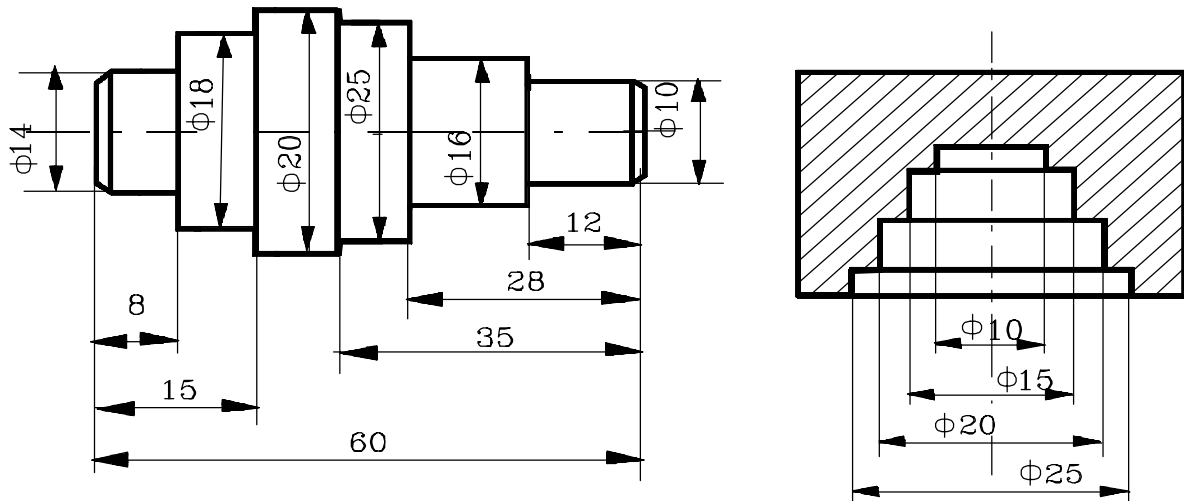


Fig.3.28

## 3.4. Metode de cotare

Cotarea elementelor geometrice aflate de-a lungul unei piese se poate face prin următoarele metode:

**2COTAREA ÎN SERIE (ÎN LANȚ, ÎN SUCCESIUNE):** care constă în dispunerea cotelor una în continuarea celeilalte (fig.3.29, fig.3.30).

Metoda se poate folosi pentru semifabricatelor obținute prin procedee primare (turnare, sau forjare) a diferitelor repere, sau chiar pentru piese finite care au o precizie scăzută.

Lanțul de dimensiuni creat astfel conduce la însumarea erorilor de prelucrare și fiecare dimensiune este influențată de precizia de prelucrare a dimensiunii din stânga și/sau din dreapta ei (de exemplu, precizia de

execuție a dimensiunii de 10 este funcție de propria-i precizie de execuție, de precizia de execuție a dimensiunilor de 9 și, respectiv, de 13 – fig.3.29).

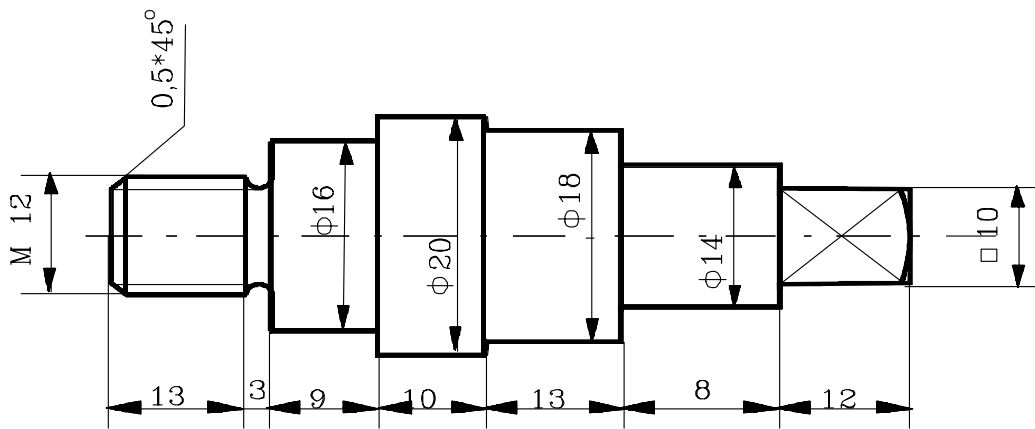


Fig.3.29

**2COTAREA FAȚĂ DE UN ELEMENT COMUN (COTAREA TEHNOLOGICĂ, SAU COTAREA ÎN PARALEL):** se aplică atunci când mai multe cote cu aceeași direcție au o origine comună, numită și bază de cotare (fig.3.31).

Cotarea în paralel constă în dispunerea unui anumit număr de linii de cotă paralele una față de cealaltă, la o distanță suficientă (și constantă pentru toate aceste dimensiuni) pentru a se putea înscrie fără dificultate cotele (metoda se folosește pentru dimensiuni funcționale, cu o precizie mai ridicată, fiecare dintre cote prelucrându-se în limitele preciziei indicate pe desen, fără a fi influențate de preciziile celorlalte cote),

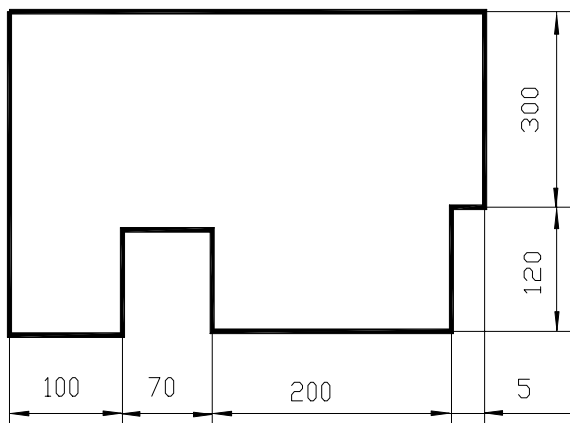


Fig.3.30

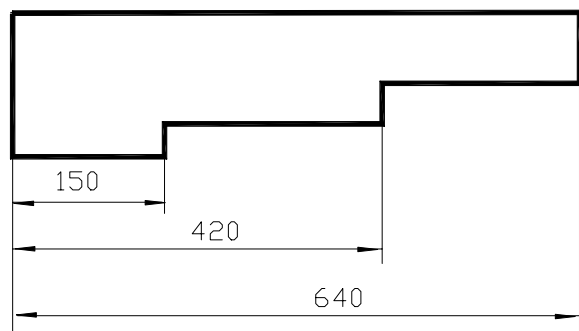


Fig.3.31

**2COTAREA MIXTĂ (COMBINATĂ):** constă în folosirea ambelor metode prezentate anterior în cadrul aceleiași proiecții (fig.3.20),



ținând seama, de obicei, de rolul funcțional al dimensiunilor în cauză (pentru cotele funcționale se folosește metoda mai precisă - metoda de cotare tehnologică, iar pentru cele nefuncționale – metoda de cotare în serie).

**2COTAREA CU COTE SUPRAPUSE:** este o cotare în paralel simplificată și este utilizată atunci când spațiul pentru înscrierea cotelor este insuficient (figurile 3.32 și 3.33) (a se observa corespondența dintre valorile numerice ale cotelor din figurile 3.31, 3.32 și 3.33).

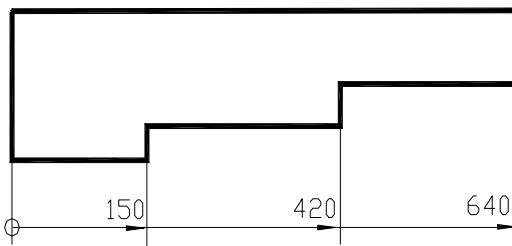


Fig.3.32

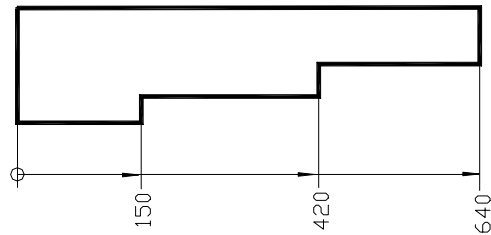


Fig.3.33

Aceeași metodă de cotare poate fi avantajoasă și în cazul cotării alezajelor (găurilor) multiple dispuse pe două direcții (fig.3.34).

**2COTAREA ÎN COORDONATE (fig.4.34 b):** poate fi folosită ca variantă de cotare pentru piese de genul celei prezentate în figura 3.34 a.

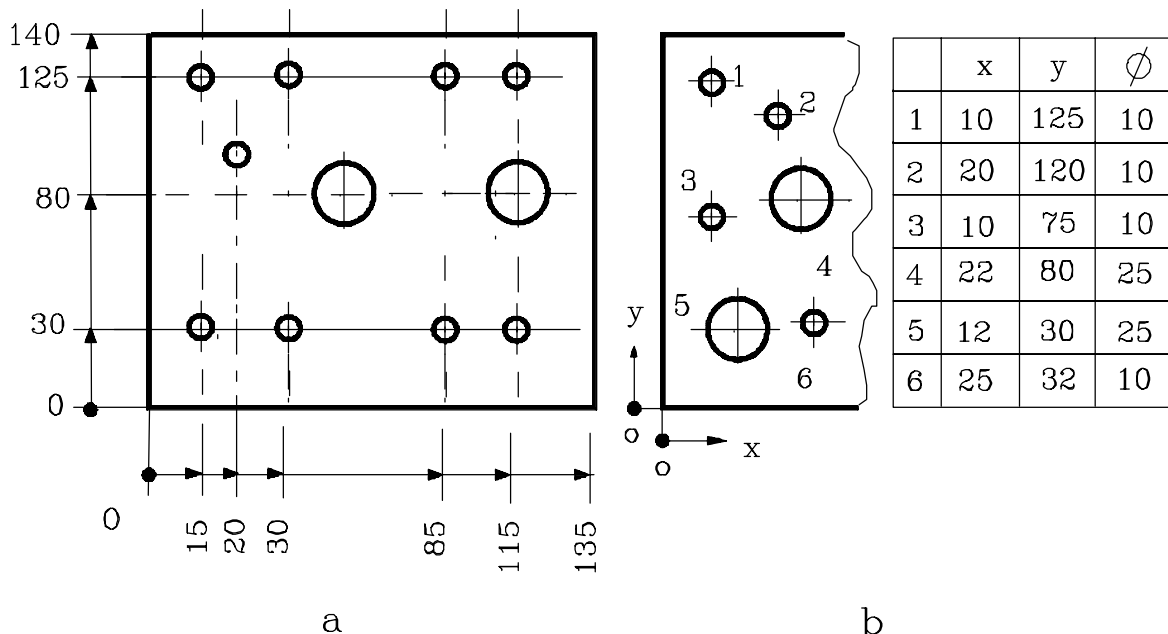


Fig.3.34

## 3.5.Indicații speciale de cotare

**2COTAREA COARDELOR, A ARCELOR DE CERC, A UNGHIURILOR ȘI A RAZELOR** se face ca în figura 3.5 b, c, d, iar în figura 3.35 se prezintă cotarea unui reper care are mai multe raze.

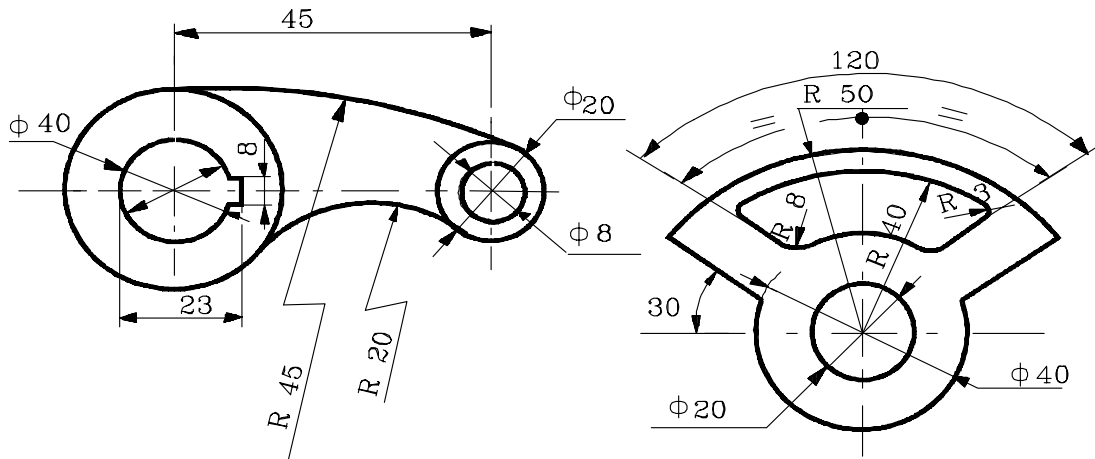


Fig.3.35

**2COTAREA ELEMENTELOR ECHIDISTANTE** se poate face într-unul din următoarele moduri:

✓dacă elementele sunt dispuse la intervale liniare acestea pot fi cotate ca în figura 3.36,

✓dacă elementele sunt dispuse la intervale unghiulare, acestea pot fi cotate ca în figura 3.37, iar dacă nu există riscul de a apărea confuzii cotele pentru unghiurile intervalelor pot fi omise (fig.3.38).

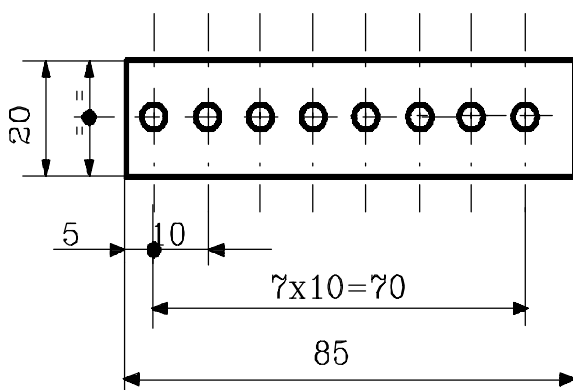


Fig.3.36

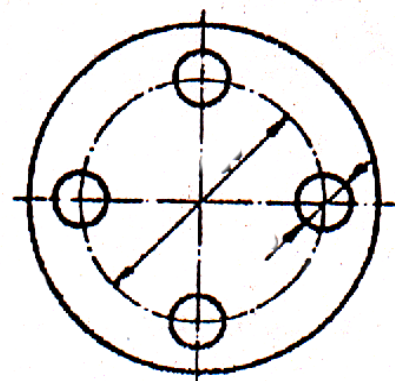


Fig.3.37

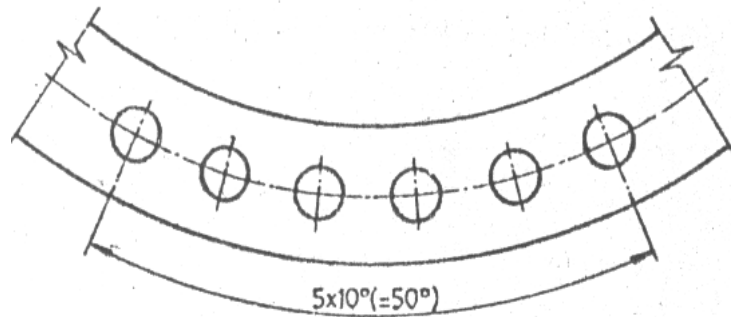


Fig.3.38

**2COTAREA TEȘITURILOR ȘI A ADÂNCITURILOR:** se face într-una din variantele prezentate în figura 3.39.

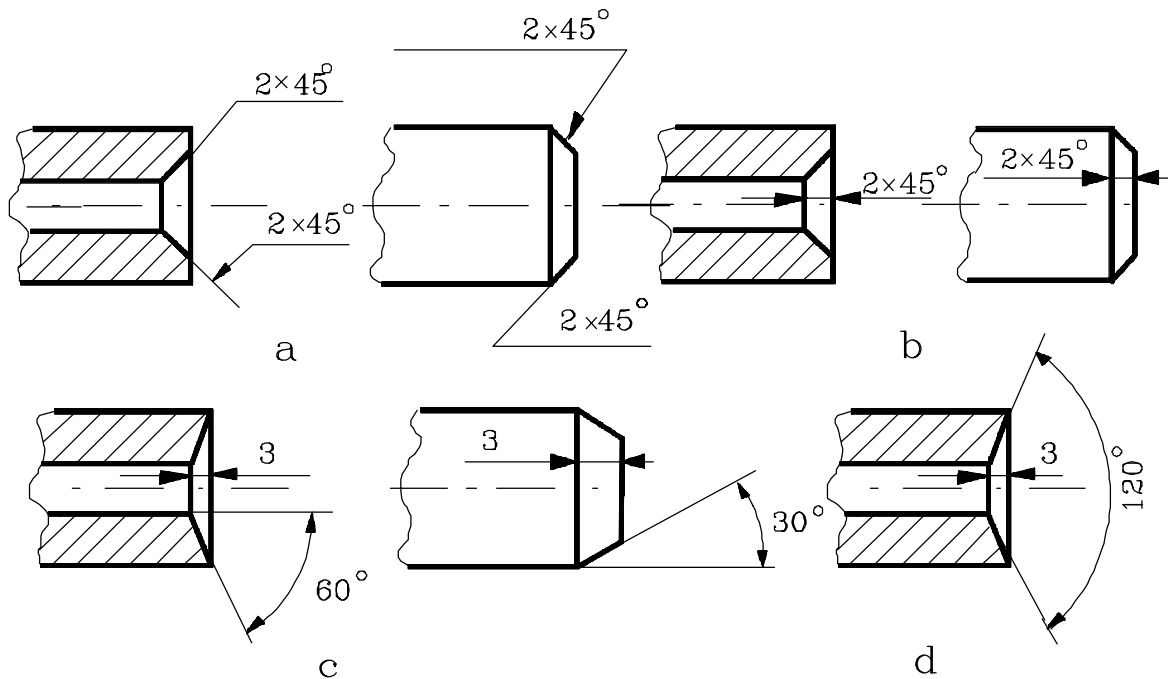


Fig.3.39

Dacă toate teșiturile reprezentate pe desen au aceeași valoare, acestea nu se mai cotează, dar se face următoarea remarcă la condițiile tehnice înscrise pe desen:

“*Muchiile necotate se vor teși  $l \times 45^\circ$* ”,  
unde  $l$  reprezintă înălțimea trunchiului de con (fig.3.39).

Cotarea teșiturilor interioare și a celor exterioare presupune două cazuri:

- ✓dacă semiunghiul teșiturii este de 45 (fig.3.39 a, b),
- ✓dacă semiunghiul teșiturii este diferit de 45 (fig.3.39 c, d).

**2COTAREA SUPRAFETELOR CONICE ȘI A ÎNCLINAȚIILOR SUPRAFETELOR PRISMATICE:** se face conform exemplelor prezentate în figura 3.40, a și b.

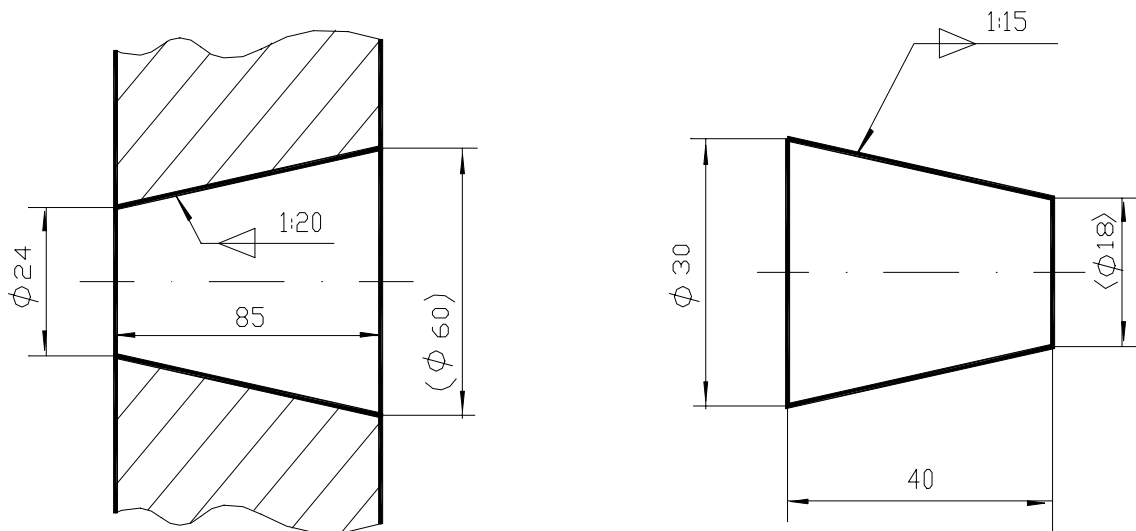


Fig.3.40 a

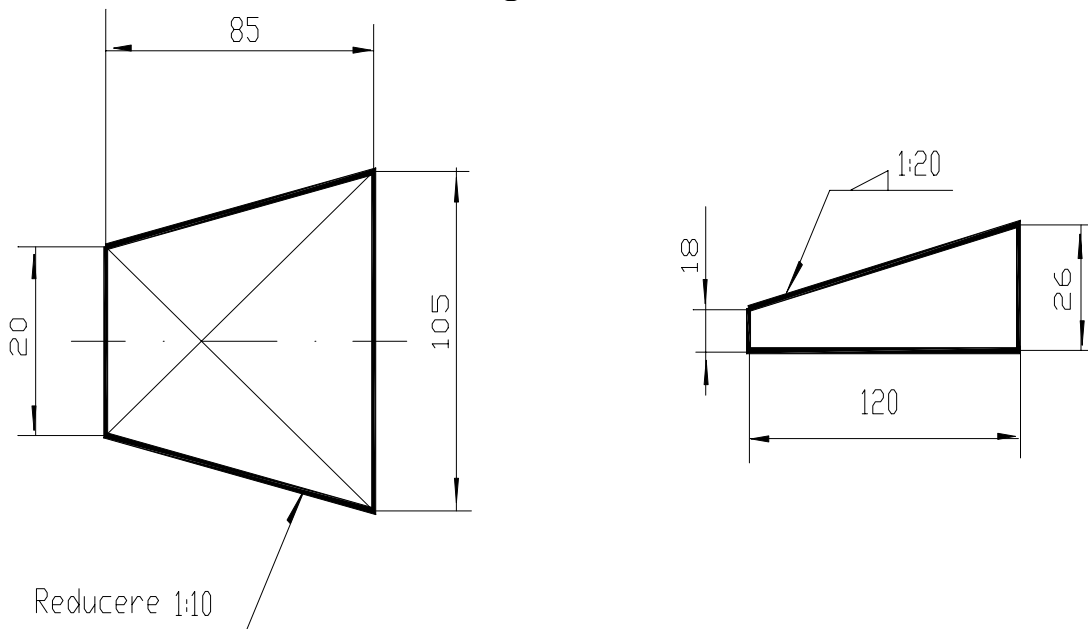


Fig.3.40 b

**2COTAREA ELEMENTELOR DISPUSE SIMETRIC PE UN CERC,** care se poate întâlni la piesele de tip flanșă, este redată în figura 3.41.

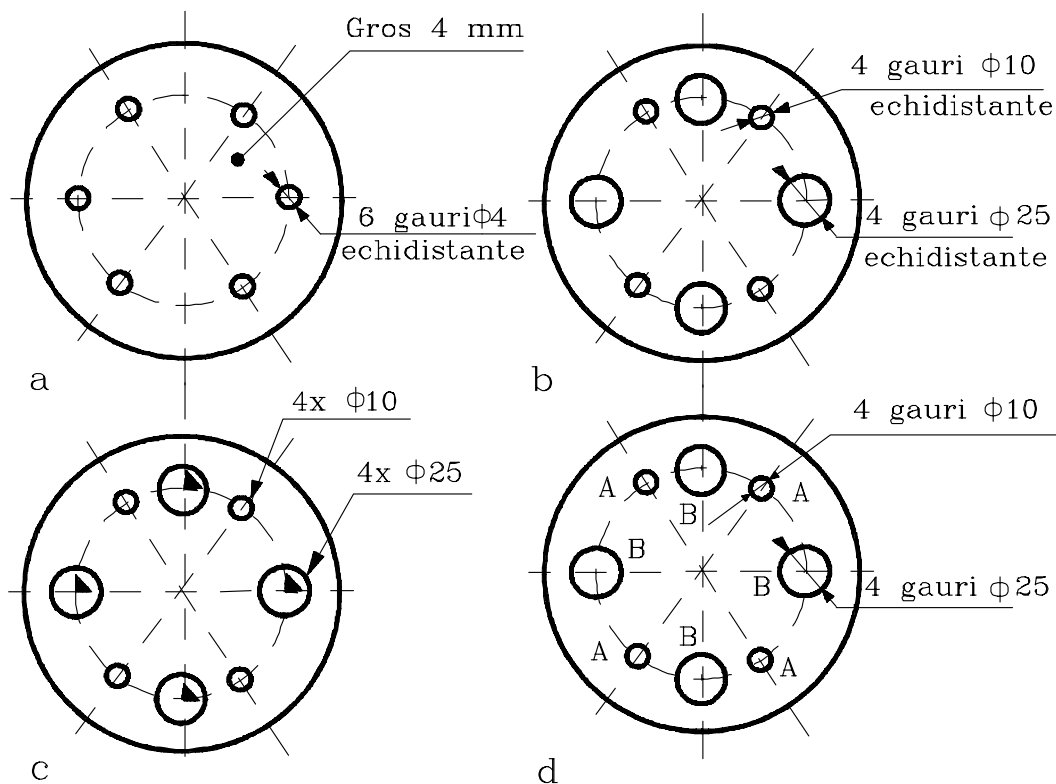


Fig.3.41

### 3.6. Clasificarea cotelor

Cotarea unei schițe, sau a unui desen de produs finit executat la scară se face numai luând în considerare rolul funcțional pe care trebuie să-l îndeplinească reperul reprezentat în desen.

Deoarece desenul de produs finit face legătura între proiectant și tehnolog, acesta din urmă, după “citirea” desenului trebuie să înțeleagă care sunt elementele definiții în funcționarea reperului reprezentat. Ca urmare a acestui fapt, schița, sau desenul, va trebui să cuprindă doar dimensiunile funcționale.

Nu se permite ca din motive tehnologice, să se treacă pe o schiță sau pe un desen de produs finit o cotă ce poate periclita buna funcționare în limitele condițiilor impuse.

Cotele care se înscriu pe desene se clasifică după două criterii:

**✓ După importanța funcțională a cotelor, acestea se clasifică în:**

✓ *cote (dimensiuni) nominale* - rezultate în urma calculelor analitice de proiectare și dimensionare, stabilite pe baza unor criterii funcționale sau constructiv-tehnologice anterior stabilite,

✓ *cote (dimensiuni) efective* - rezultate în urma măsurătorilor efective realizate pe un model existent.

Acest tip de cote se întâlnesc frecvent la realizarea desenelor de relevu și se înscriu pe desen cu abateri impuse de condițiile de funcționare.

**Din punct de vedere al importanței și al rolului funcțional (fig.3.42) deosebim:**

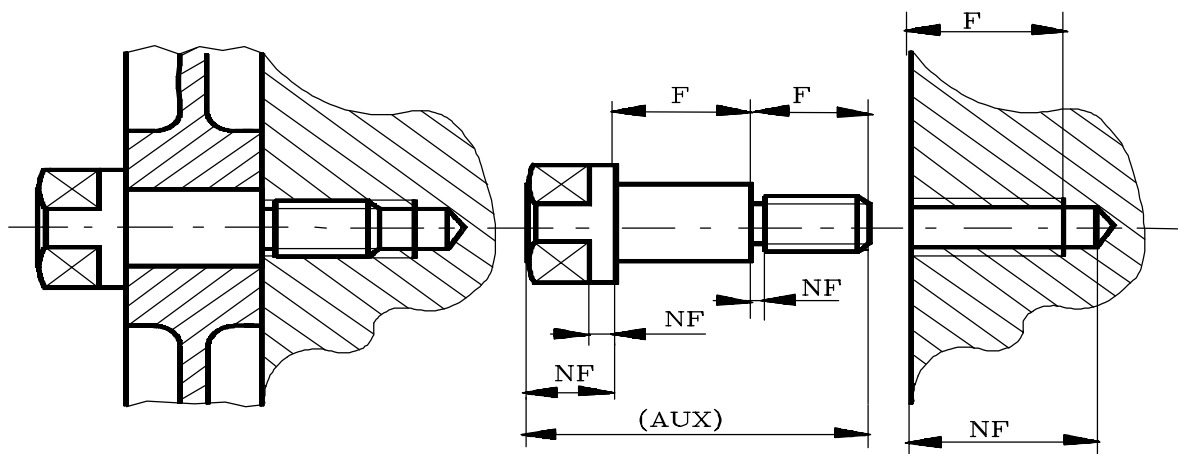


Fig.3.42

✓ *cote funcționale  $F$*  (sau principale) - care reprezintă dimensiunile care participă direct la funcționarea reperului reprezentat (de obicei, aceste cote sunt direct tolerate pe desen,

✓ *cote nefuncționale  $NF$*  (secundare) - care se referă la dimensiuni care nu sunt esențiale pentru buna funcționare a reperului respectiv, dar care conțin informații referitoare la forma geometrică a reperului, la masa acestuia, etc.(aceste cote sunt, de obicei, indirect tolerate pe desen, prin înscrierea în cadrul condițiilor tehnice a toleranțelor pentru dimensiuni libere

✓ *cote auxiliare ( $AUX$ )* - care se referă la dimensiuni cu caracter informativ, menționate cu scopul de a se evita anumite calcule și/sau pentru determinarea ușoară a dimensiunilor de gabarit (aceste cote nu se tolerează).

Cotele auxiliare se înscriu, întotdeauna, între paranteze pentru a nu crea confuzii și a înlătura supracotarea desenelor.

**După criteriul geometrico-constructiv**, cotele se clasifică astfel:

✓ *cote de poziție* – care, în general, sunt și cote funcționale, ele referindu-se la poziția față de o bază de referință a unui element geometric important din componența reperului desenat (fig.3.43),

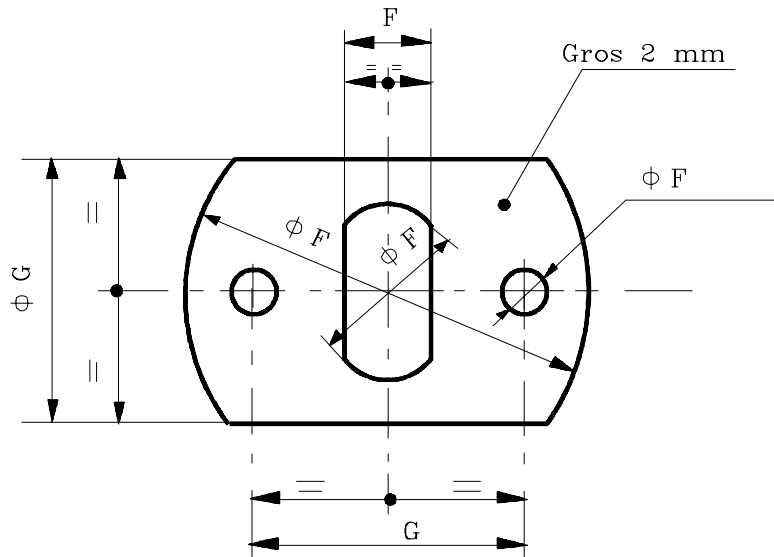


Fig.3.43

✓ *cote de formă* - care se referă la forma geometrică a unui element geometric care aparține reperului desenat,

✓ *cote de gabarit* - care se referă, în general, la dimensiunile maxime ale reperului desenat.

## 3.7. Cotarea desenului de produs finit

În proiectarea desenului de produs finit se au în vedere două aspecte importante:

⟨rolul funcțional,

⟨rolul tehnologic, de execuție dar și economicitatea soluțiilor adoptate.

În cadrul aspectelor funcționale se vor avea în vedere:

- ✓ alegerea unui material potrivit cu condițiile de exploatare ale reperului,
- ✓ alegerea unui tratament termic potrivit atât cu materialul, cât și cu condițiile de exploatare,
- ✓ precizia geometrică trebuie să fie adecvată condițiilor de funcționare,
- ✓ definirea condițiilor de ergonomie, de estetică și privind proiectarea fiabilității produsului,

În cadrul aspectelor tehnologice proiectantul desenului va avea în vedere:

- ✓ modalitatea de obținere a semifabricatului,
- ✓ gradul și modul de prelucrare a materialului din care se execută reperul proiectat și desenat,
- ✓ soluțiile economice de execuție a piesei desenate,

Cotarea desenului de produs finit este considerată corectă dacă satisface următoarele condiții:

- ✓ definește fără ambiguitate produsul (relația de biunivocitate ce trebuie să existe între imaginea spațială și imaginea plană a corpului geometric proiectat și desenat, ca formă și dimensiune),
- ✓ asigură buna funcționare a produsului,
- ✓ permite cele mai largi toleranțe de execuție (între toleranțe de execuție mari și cost este o relație de dependență directă, v.cap.5 *Precizia produsului finit*),
- ✓ evită supracotarea,

Aceste condiții reclamă ca înainte de începerea operației de cotare să se facă o analiză cât mai completă a tuturor priorităților în cadrul condițiilor restrictive impuse produsului. În același timp, se va ține seama de condițiile de funcționare ale reperului în ansamblul din care face parte, condiții care până la urmă se reduc la definirea jocurilor, sau a strângerilor dintre diferitele componente ale ansamblului.

---



## 3.8 TEME:

1. Cotați desenul din figura 3.44.

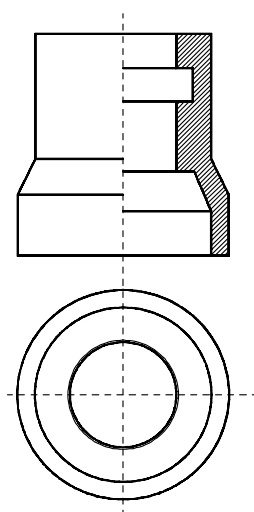


Fig.3.44

2. Se coteze piesa din figura 3.45, cunoscând că grosimea acesteia este de 6 mm.

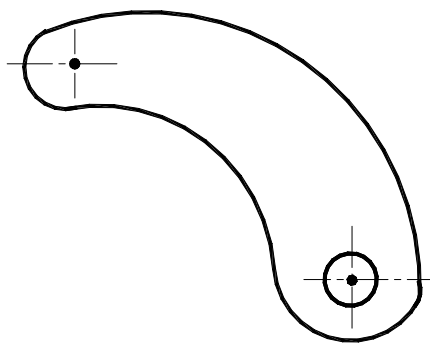


Figura 3.45

3. Folosind metoda de cotare tehnologică realizați cotarea piesei din figura 3.46.

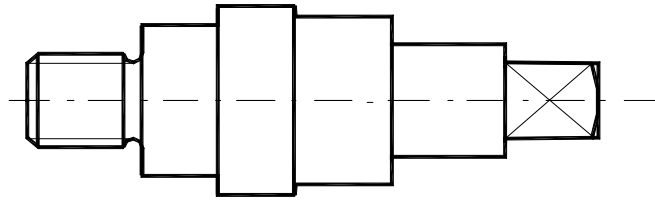


Fig. 3.46

4. Se cotește piesa din figura 3.47.

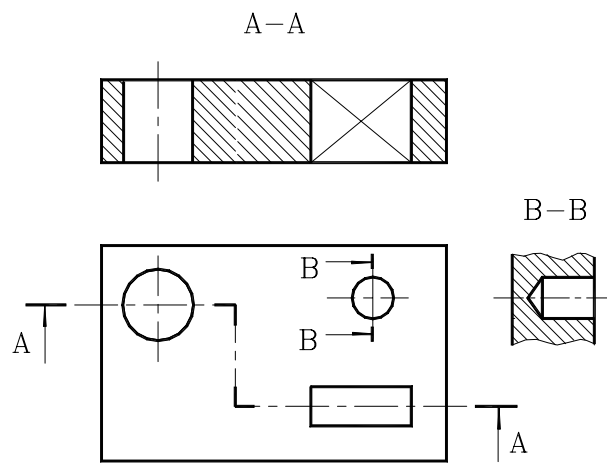


Figura 3.47

5. Utilizând elementele cotării realizați cotarea piesei din figura 3.48

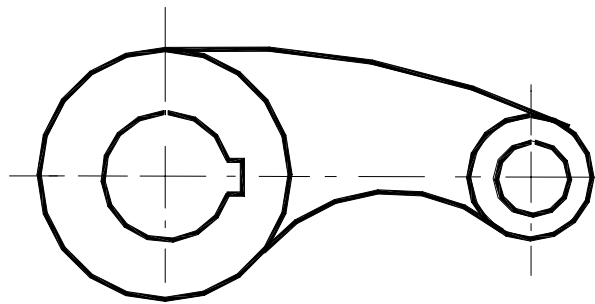


Fig. 3.48

6. Exemplificați modul în care se realizează cotarea diametrelor succesive la piesele din figura 3.49.

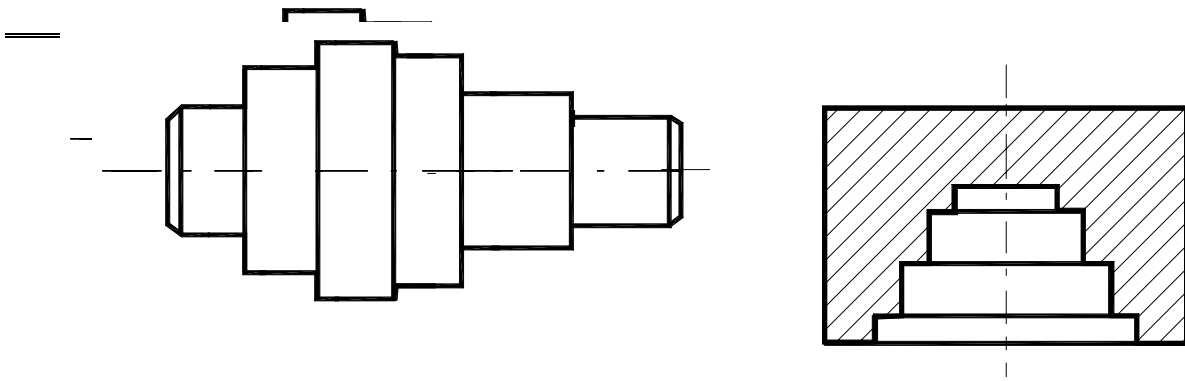
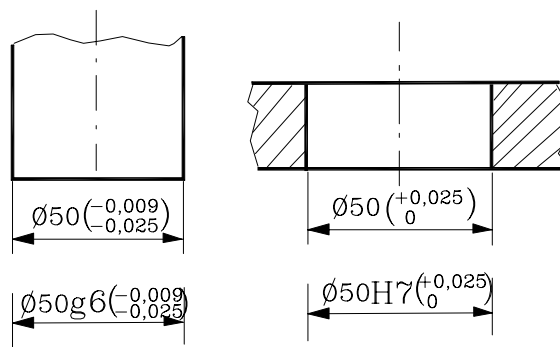


Fig. 3.49

7.. Având piesele din figură reprezentați piesele asamblate și cotați ajustajul format.



<b><u>CAPITOLUL 3</u></b> .....	<b>61</b>
<b><u>Cotarea desenelor tehnice</u></b> .....	<b>61</b>
<b><u>3.1.Principii generale de cotare</u></b> .....	<b>61</b>
<b><u>3.2.Elementele cotării. Norme și reguli de cotare</u></b> .....	<b>64</b>
<b><u>3.4.Metode de cotare</u></b> .....	<b>77</b>
<b><u>3.5.Indicații speciale de cotare</u></b> .....	<b>80</b>
<b><u>3.6.Clasificarea cotelor</u></b> .....	<b>83</b>
<b><u>3.7.Cotarea desenului de produs finit</u></b> .....	<b>85</b>
<b><u>3.8 Teme:</u></b> .....	<b>87</b>

---

## Capitolul 4

# PRECIZIA PRODUSULUI FINIT

Produsul finit<sup>1</sup>, în sensul cel mai larg al termenului, semnifică un complex de bunuri, servicii și idei care fac obiectul transferului de proprietate, în condiții date. Acest termen a căpătat diverse conotații în ultimul timp, astfel încât chiar și în turism se vorbește despre un “produs turistic”. În domeniul tehnic “produsul finit” semnifică un bun material realizat în urma unui proces de conversie a unui complex de materii prime (format din unul sau mai multe materiale).

Procesul de conversie, numit și proces tehnologic, are un anumit grad de precizie care afectează precizia produsului finit prelucrat, sau realizat cu ajutorul unui anumit proces tehnologic. Așadar, precizia produsului finit este o funcție directă de precizia procesului de conversie.

Prin **precizia produsului finit** se înțelege gradul de concordanță dintre produsul finit considerat (materializat) și modelul său teoretic (existent sub formă grafică - ca desen al produsului finit), din punct de vedere al caracteristicilor fizico-chimici și mecanici, precum și al preciziei geometrice.

Din această definiție se desprinde necesitatea ca desenul produsului finit să conțină date și informații cu privire la caracteristicile fizico-chimici și mecanici, respectiv referitoare la forma și precizia geometrică a acestuia (fig.4.1).

**2PRECIZIA CARACTERISTICILOR FIZICO-CHIMICI ȘI MECANICI** se referă la starea fizică a produsului finit (stare solidă, gazoasă, sau lichidă), la compoziția sa chimică, precum și la proprietățile mecanice ale acestuia (rezistența la rupere, la uzare, la întindere, etc.) și fac obiectul de studiu al altor discipline de specialitate (fizică, chimie, studiul materialelor, tratamente termice, etc.). În cele ce urmează datele referitoare la caracteristicile fizico-chimici și mecanici vor fi prezentate în măsura în care acestea intervin în realizarea desenului produsului finit.

---

<sup>1</sup> I.Lărărescu, Cosmina-Elena Ștețiu, Toleranțe, ajustaje, calculul cu toleranțe, calibre, Editura tehnică, București, 1984.

---

2PRECIZIA GEOMETRICĂ a produsului finit se compune din *precizia dimensională*, *precizia formei geometrice*, *precizia poziției relative* a diferitelor elemente geometrice ale produsului finit (suprafețe, muchii, axe, etc.) și *rugozitatea suprafețelor* (microgeometria suprafețelor, sau precizia calității suprafețelor).

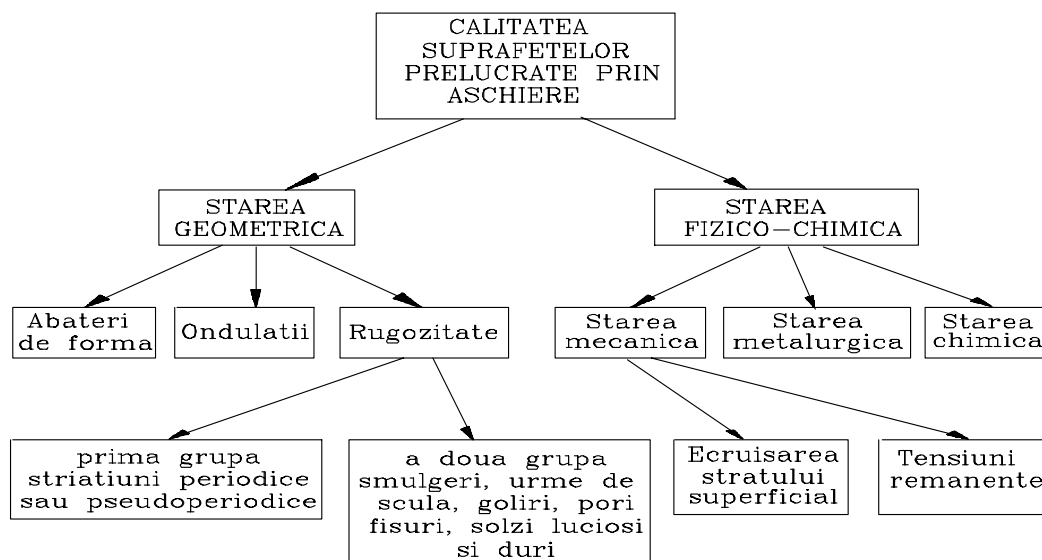


Fig.4.1

## 4.1.Precizia dimensională

### 4.1.1.Dimensiuni, abateri, toleranțe<sup>2</sup>

În procesul de conversie a materiilor prime în produse finite, conversie care în domeniul construcțiilor de mașini constă în generarea de linii, unghiuri, suprafețe și obținerea, în acest mod, de dimensiuni liniare, sau unghiulare, intervin întotdeauna **abateri** de la modelul teoretic (desenul produsului finit) cauzate de imperfecțiunea procesului tehnologic. Astfel, diferența dintre o dimensiune teoretică (înscrisă pe desen sub forma unei dimensiuni nominale) și dimensiunea reală reprezintă **eroarea de prelucrare** (eroarea de execuție, sau eroarea procesului tehnologic).

**Dimesiunea reală** - care definește suprafața, sau muchia reală - reprezintă suprafața sau muchia care separă produsul finit, sub formă

<sup>2</sup> Catalogul standardelor române, Editura tehnică, București, 1996.

solidă, de mediul înconjurător. În tehnică operăm cu **dimensiunea efectivă** care reprezintă valoarea unei dimensiuni rezultată în urma măsurării acesteia și este o mărime a cărei valoare depinde de precizia mijlocului de măsurare și de valoarea diviziunii acestuia.

Astfel, dacă măsurăm o dimensiune cu un șubler care are valoarea diviziunii de 0,1 mm și obținem rezultatul de 19,6 mm, acesta reprezintă dimensiunea efectivă, corespunzătoare mijlocului de măsurare folosit; dacă aceeași dimensiune este măsurată cu un micrometru cu diviziunea de 0,01 mm obținem rezultatul de 19,58 mm. Se poate pune întrebarea care dintre cele două valori obținute prin măsurare este adevărată? Ambele valori sunt corecte și corespund preciziei de măsurare a mijlocului de măsurare folosit. Din acest exemplu rezultă definiția **erorii de măsurare**, care reprezintă diferența dintre mărimea reală și dimensiunea efectivă:

$$\varepsilon_M = d_{\text{reală}} - d_{\text{ef}}$$

Se poate afirma că precizia produsului finit este generată de precizia procesului de conversie. În cazul unui proces tehnologic de prelucrare prin așchiere, procesul de conversie se compune din: mașina-unealtă (MU), dispozitivul de prindere a semifabricatului pe mașina-unealtă ( $D_{SF}$ ), semifabricatul care urmează să fie prelucrat ( $S_F$ ), scula așchietoare ( $S_C$ ), dispozitivul de prindere a sculei pe mașina-unealtă ( $D_{SC}$ ) și mijlocul de măsurare (MM).

Fiecare componentă a procesului tehnologic își are propria precizie, sau eroare de prelucrare. **Eroarea totală**  $\varepsilon_T$  a procesului de conversie este dată, în anumite situații, de suma erorilor componentelor procesului tehnologic (dacă sunt orientate într-un singur sens), dar ea poate fi și o sumă de erori statistice (eroare medie pătratică), sau erori care se compensează parțial între ele, sau, din contră, erori care se cuantifică (erori sinergice) (un exemplu este dat de erorile de prelucrare generate de vibrațiile sistemului tehnologic care, funcționând în apropierea zonei de rezonanță, pot conduce la amplificarea amplitudinilor oscilațiilor sistemului). Determinarea erorii totale efective a unui sistem tehnologic dat este destul de dificilă, dar aceasta trebuie determinată, cunoscută, controlată și stăpânită pentru a fi în măsură să se proiecteze corect precizia de execuție a produsului finit.

Experiența tehnică a demonstrat faptul că funcționarea unei piese în ansamblul din care face parte, precum și a ansamblului în sine este asigurată dacă dimensiunile liniare și unghiulare care definesc forma

pieselor din componența ansamblului sunt executate între anumite limite bine definite, numite **dimensiuni limită**. Iată de ce vom stabili apriori, în faza de proiectare, **valori limită** ale dimensiunilor care asigură buna funcționare, dimensiuni limită care vor fi prescrise pe desenul produsului finit. Existența unei multitudini de forme constructive și suprafețe de piese a impus, pentru sistematizarea aspectelor teoretice privind precizia geometrică a produsului finit, clasificarea lor în **suprafețe gen arbore** și **suprafețe gen alezaj**. Suprafețele gen arbore sunt suprafețe cuprinse și elementele referitoare la precizia acestora se notează, prin convenție, cu caractere literare mici ( $d$ ,  $e$ ), iar suprafețele gen alezaj sunt suprafețe cuprinzătoare, suprafețe care cuprind suprafețele gen arbore și elementele referitoare la precizia acestora se notează, tot prin convenție, cu caractere literare mari ( $D$ ,  $E$ ).

Așadar, vom vorbi, în continuare, de arbori sau piese gen arbore și alezaje sau piese gen alezaj.

Pentru un alezaj, sau o piesă gen alezaj, cele două dimensiuni limită permise de buna funcționare a diametrului se vor nota cu:  $D_{\max}$  - dimensiunea maximă,  $D_{\min}$  - dimensiunea minimă, iar în cazul unui arbore, sau suprafață gen arbore, dimensiunile limită se vor scrie cu minuscule:  $d_{\max}$  - dimensiunea maximă,  $d_{\min}$  - dimensiunea minimă (fig.4.2).

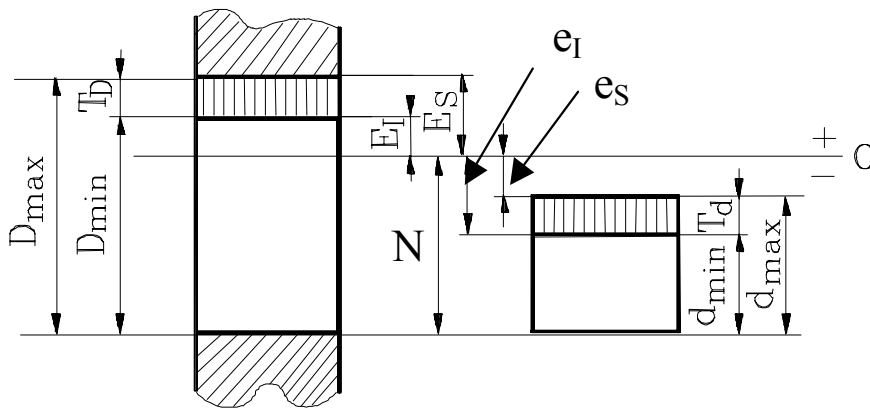


Fig.4.2

Diferența dintre cele două dimensiuni limită se numește **toleranța dimensiunii  $D$** , respectiv  $d$  (fig.4.2):

$$T_D = D_{\max} - D_{\min}$$



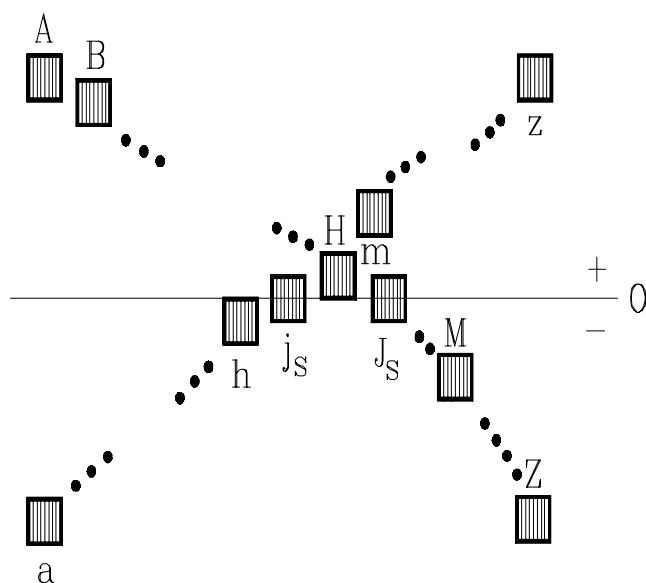


Fig.4.3

$$T_d = d_{\max} - d_{\min}$$

În reprezentare grafică, câmpul cuprins între cele două dimensiuni limită se numește **câmp de toleranță** (fig.4.2).

Pentru ca piesa să fie corespunzătoare trebuie ca dimensiunea efectivă  $D_{ef}$  să se găsească între cele două dimensiuni limită admise și prescise:

$$D_{\min} \leq D_{ef} \leq D_{\max}$$

$$d_{\min} \leq d_{ef} \leq d_{\max}$$

Dimensiunile pieselor sunt valori alese de către

proiectant, sunt rezultatul unor calcule de dimensionare, cum ar fi dimensionarea unui arbore, sau se determină pe baza unor relații empirice:

$$d \geq \sqrt[3]{M_T / \tau}, \text{ sau } d \geq \sqrt[3]{M_I / \sigma} - \text{ expresii analitice}$$

$$d = 0,45 C, \quad d/l = 0,16 \dots 0,18 - \text{ relații empirice.}$$

În aceste relații notațiile reprezintă:  $M_T$  - momentul de torsiune,  $M_I$  - momentul încovoietor,  $\tau$  - efortul unitar la torsiune,  $\sigma$  - efortul unitar la încovoiere,  $C$  - distanța dintre axele arborilor, în cazul unui reductor, sau cutie de viteză,  $l$  - lungimea arborelui. După efectuarea calculelor, se alege dimensiunea imediat superioară celei rezultate din calcul care se regăsește în șirul dimensiunilor normalizate standardizate, dimensiune care va purta denumirea de **dimensiune nominală**  $N$ .

Spre exemplu, dacă din calculul de rezistență rezultă  $d \geq 19,82$  mm, se alege valoarea imediat superioară, conform standardului în care se regăsească dimensiunile normalizate:  $d = 20$  mm, adică  $N_{D,d} = 20$  mm.

Dimensiunea nominală delimitează grafic (fig.5.2) **linia zero**, linia în raport cu care se definesc **abaterile limită**. Abaterile limită sunt diferențele algebrice dintre dimensiunile limită și dimensiunea nominală:

→ **abaterea superioară** ( $E_s$ ,  $e_s$ ) reprezintă diferența algebrică dintre dimensiunea maximă și dimensiunea nominală corespunzătoare:

$$E_s = D_{\max} - N, \quad e_s = d_{\max} - N$$

→ **abaterea inferioară** ( $E_i, e_i$ ) reprezintă diferența algebrică dintre dimensiunea minimă și dimensiunea nominală corespunzătoare.

$$E_i = D_{\min} - N, e_i = d_{\min} - N$$

În afara abaterilor limită definim:

→ **abaterea efectivă** care reprezintă diferența algebrică dintre dimensiunea efectivă și dimensiunea nominală:

$$E_{ef} = D_{ef} - N, e_{ef} = d_{ef} - N$$

Prin convenție, abaterile situate deasupra liniei zero (fig.4.2) sunt pozitive, iar abaterile aflate sub linia zero sunt negative. Abaterea superioară se mai poate defini ca fiind distanța de la linia zero la limita superioară a câmpului de toleranță, iar abaterea inferioară distanța de la linia zero la limita inferioară a câmpului de toleranță (fig.4.2).

Așadar, între abaterile limită, dimensiunile limită și dimensiunea nominală există relațiile:

$$D_{\max} = N + E_s, D_{\min} = N + E_i$$

$$d_{\max} = N + e_s, d_{\min} = N + e_i$$

în care abaterile se scriu cu semnele lor - plus, sau minus - după cum acestea se află deasupra, sau sub linia zero. Toleranța dimensională poate fi definită și în funcție de abaterile limită:

$$T_D = D_{\max} - D_{\min} = (N + E_s) - (N + E_i) = E_s - E_i - \text{pentru suprafețe gen alezaj}$$

$$T_d = d_{\max} - d_{\min} = (N + e_s) - (N + e_i) = e_s - e_i - \text{pentru suprafețe gen arbore}$$

Dimensiunea nominală și abaterile limită pot fi scrise, printr-o simbolizare convențională, ca două sume neefectuate:

$$N_{+E_s}^{+E_i}, \text{ sau } N_{+e_s}^{+e_i}$$

din care rezultă valorile pentru dimensiunile limită și pentru toleranța dimensiunii, folosind expresiile analitice prezentate. În continuare sunt prezentate exemple numerice de înscriere a dimensiunii nominale și a abaterilor limită:

$$\begin{array}{ccc} 20_{+0.3}^{+0.5} & 20_{+0.5}^{-0.6} & 20_{-0.5}^{-0.3} \\ 20_{-0.3}^0 & 20_0^{0.5} & 20_{-0.3}^{+0.3} \end{array}$$

Poziția câmpului de toleranță în raport cu linia zero se simbolizează printr-o literă (fig.4.3):

⟨majusculă pentru alezaje: A, B, ..., H, J<sub>s</sub>,..., Z,...

⟨minusculă pentru arbori: a, b,..., h, js,..., z,..., iar mărimea toleranței prin litere care reprezintă treptele de precizie (18 trepte de precizie): IT01, IT0, IT1,..., IT16. Așadar, pentru notarea pe desen a unei dimensiuni tolerate se poate utiliza fie modelul prezentat anterior (două sume neefectuate), fie apelând la simbolurile literare și la treptele de precizie, sub una din formele:

⟨45H8( $^{+0,039}_0$ ), 50g6( $^{-0,009}_{-0,025}$ ) - pentru dimensiunile tolerate ale unei piese, care, întotdeauna, vor fi însoțite de abaterile limită

⟨60H7/g6, 40H9/js8 - pentru ajustaje în sistemul alezaj unitar

⟨30M9/h8, 70Js8/h7 - pentru ajustaje în sistemul arbore unitar.

În figurile 4.4 și 4.5 sunt prezentate exemple grafice de înscriere a dimensiunilor tolerate pe desene de produse finite (pe desenul unui ansamblu - fig.4.4, respectiv pe desenele reperelor ce compun ansamblul - fig.4.5).

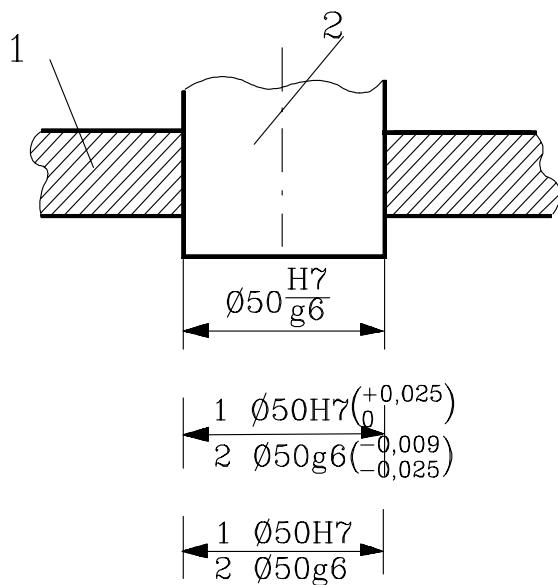


Fig.4.4

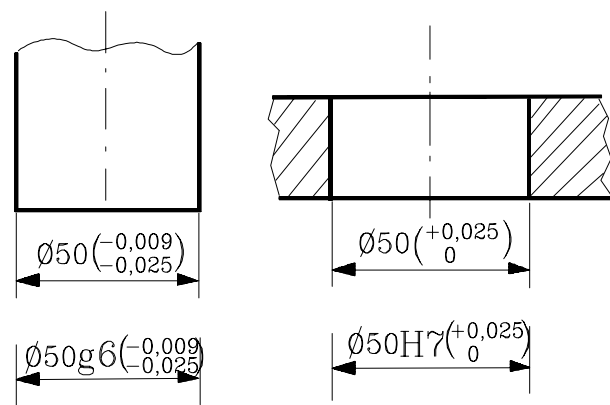


Fig.4.5

Dacă o suprafață a unei piese cu aceeași dimensiune nominală are porțiuni cu abateri limită diferite, limitele se reprezintă cu linie continuă subțire, fiecare porțiune cotându-se separat (fig.4.6).

Abaterile limită ale dimensiunilor unghiulare se înscriu pe desenele de produs finit prin valori exprimate în grade, minute, secunde (fig.4.7).

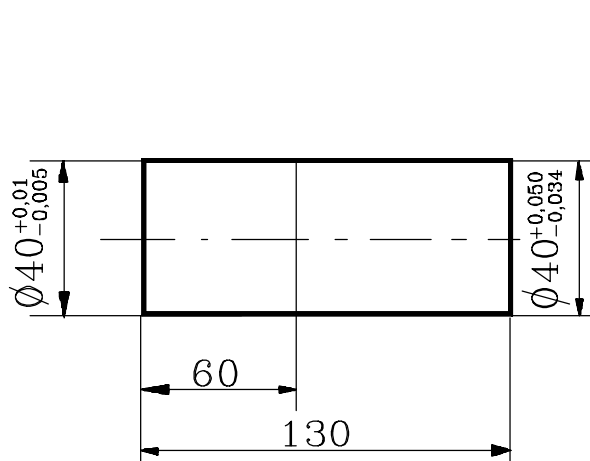


Fig.4.6

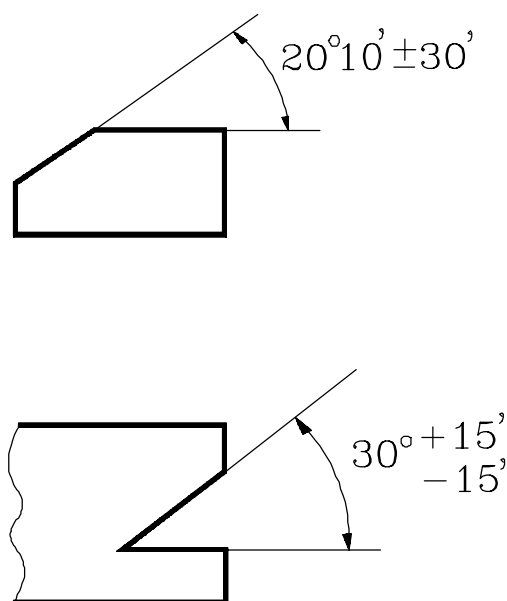


Fig.4.7

### 4.1.2. Ajustaje, jocuri și strângeri, sisteme de ajustaje

**DEFINIȚIE:** Un ajustaj se definește ca fiind relația care se stabilește între o mulțime de piese gen arbore și o mulțime de piese gen alezaj, care au aceeași dimensiune nominală și care urmează să se asambleze, sub aspectul realizării de jocuri, sau strângeri.

Diferența dintre un ansamblu și un ajustaj constă în faptul că primul este definit ca relația care se stabilește - prin montare - între două piese, una gen arbore, iar cealaltă gen alezaj, care au aceeași dimensiune nominală, în timp ce în cazul ajustajelor intervin mulțimi de arbori și alezaje.

Ajustajele care se pot realiza sunt:

/**ajustajul cu joc** - este ajustajul la care dimensiunea oricărui alezaj este mai mare decât dimensiunea oricărui arbore (fig.4.8, fig.4.9), sau atunci când câmpul de toleranță al alezajului se află deasupra celui al arborelui,

/**ajustajul cu strângere** - este ajustajul la care, înainte de asamblare, dimensiunea oricărui alezaj este mai mică decât dimensiunea oricărui

arbore, sau atunci când câmpul de toleranță al arborelui se află deasupra celui al alezajului (fig.4.8, fig.4.9),

**ajustajul intermediar (de trecere)** - este ajustajul la care pot rezulta atât asamblări cu joc, cât și cu strângere, sau atunci când câmpul de toleranță al alezajului se suprapune parțial, sau total peste câmpul de toleranță al arborelui (fig.4.8, fig.4.9).

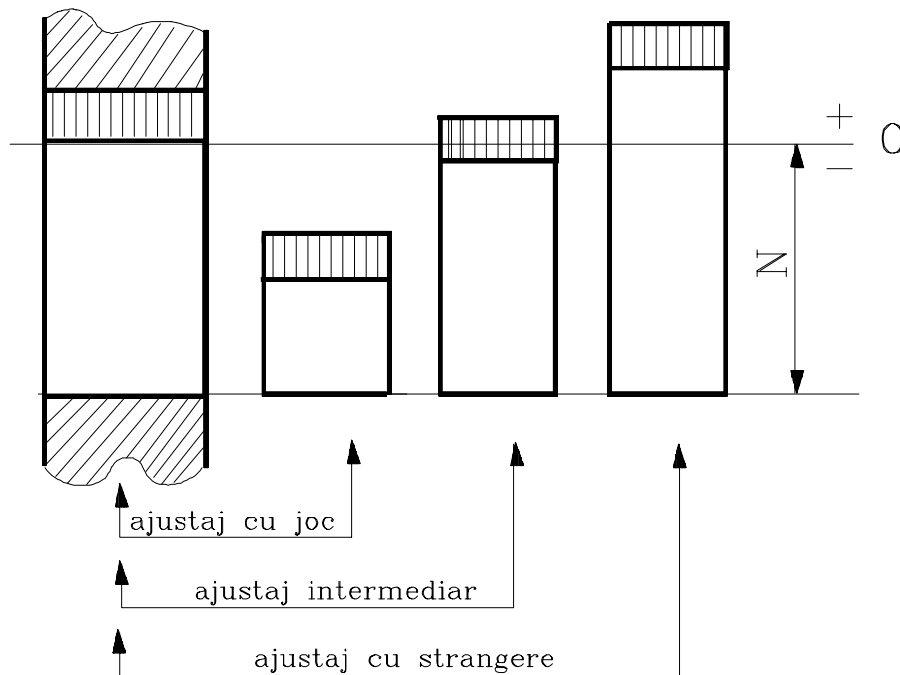


Fig.4.8

Între cele două mulțimi de piese cu aceeași dimensiune nominală, care creează un ajustaj, intervin următorii parametrii:

→ **jocul efectiv  $J_{ef}$**  - care reprezintă diferența dintre dimensiunile dinainte de asamblare ale alezajului și arborelui, în cazul când această diferență este pozitivă:

$$D_{ef} \geq d_{ef}$$

$$J_{ef} = D_{ef} - d_{ef} \geq 0$$

→ **jocul maxim  $J_{max}$**  - care intervine în cazul unui ajustaj, reprezintă diferența dintre dimensiunea maximă a piesei gen alezaj și dimensiunea minimă a piesei gen arbore, dacă aceasta este pozitivă:

$$J_{max} = D_{max} - d_{min} \geq 0$$

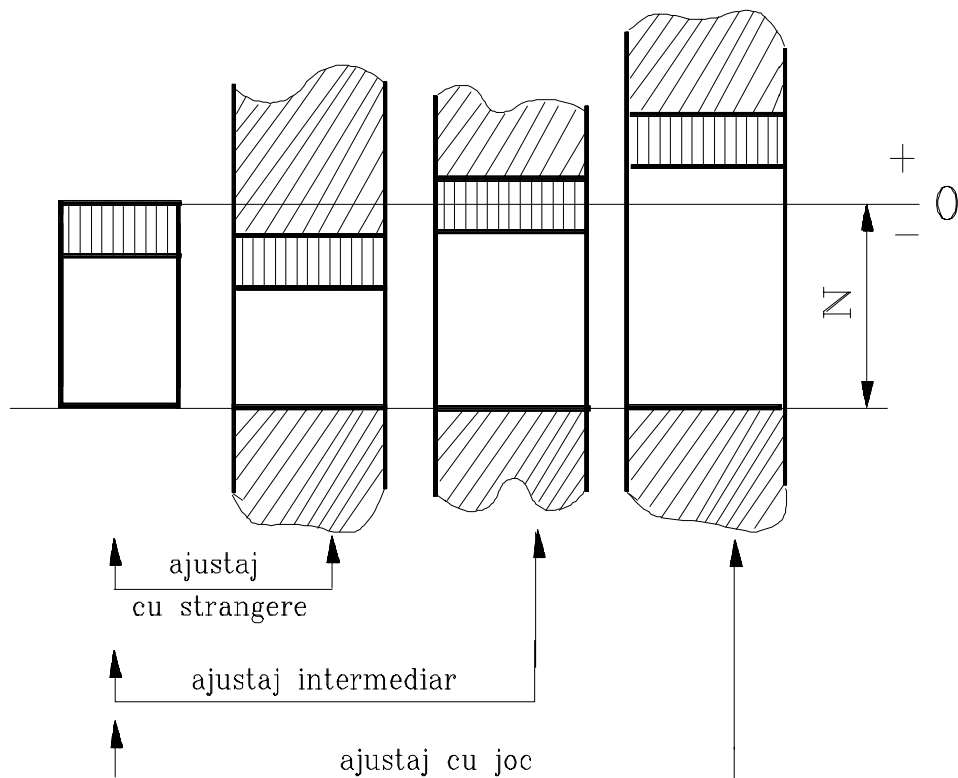


Fig.4.9

→ **jocul minim  $J_{\min}$**  - care intervine în cazul unui ajustaj reprezintă diferența dintre dimensiunea minimă a piesei gen alezaj și dimensiunea maximă a piesei gen arbore, dacă aceasta este pozitivă:

$$J_{\min} = D_{\min} - d_{\max} \geq 0$$

→ **strângerea efectivă  $S_{ef}$**  - care reprezintă diferența dintre dimensiunile dinainte de asamblare ale arborelui și alezajului, în cazul când această diferență este pozitivă:

$$d_{ef} \geq D_{ef}$$

$$S_{ef} = d_{ef} - D_{ef} \geq 0$$

→ **strângerea maximă  $S_{\max}$**  - care intervine în cazul unui ajustaj reprezintă diferența dintre dimensiunea maximă a piesei gen arbore și dimensiunea minimă a piesei gen alezaj, dacă aceasta este pozitivă:

$$S_{\max} = d_{\max} - D_{\min} \geq 0$$

→ **strângerea minimă  $S_{\min}$**  - care intervine în cazul unui ajustaj, reprezintă diferența dintre dimensiunea minimă a piesei gen arbore și dimensiunea maximă a piesei gen alezaj, dacă aceasta este pozitivă:

$$S_{\min} = d_{\min} - D_{\max} \geq 0$$

Se observă că jocul poate fi considerată o strângere negativă, sau invers:

$$S = -J, \text{ sau } J = -S$$

Similar cu toleranța dimensională putem defini toleranța unui ajustaj ca fiind diferența dintre jocurile, sau strângerile limită:

$$T_{\text{ajustaj}} = J_{\text{max}} - J_{\text{min}} = T_D + T_d$$

$$T_{\text{ajustaj}} = S_{\text{max}} - S_{\text{min}} = T_D + T_d,$$

sau, generalizând, putem spune că toleranța sumă este egală cu suma toleranțelor, remarcă extrem de importantă în construcția și rezolvarea lanțurilor de dimensiuni:

$$T_{\Sigma} = \Sigma T$$

Pentru sistematizarea constructivă s-au conceput două **sisteme de ajustaje** formate din o serie de ajustaje cu diferite jocuri și strângeri, alese în mod rațional din mulțimea totală a combinațiilor posibile existente între mulțimea de alezaje și cea de arbori simbolizați literar:

**2sistemul alezaj unitar**, la care diferitele feluri de asamblări (cu joc, sau cu strângere) se obțin asociind arbori cu un alezaj unic (de unde și denumirea de alezaj unitar) caracterizat de poziția **H** a câmpului de toleranță (fig.4.8),

**2sistemul arbore unitar**, la care diferitele tipuri de asamblări se obțin prin asocierea de diferite alezaje cu un arbore unic (de unde și denumirea de sistem arbore unitar) caracterizat de poziția **h** a câmpului de toleranță (fig.4.9).

## 4.2. Precizia calității suprafeței

**DEFINIȚIE:** Ansamblul microneregularităților de pe suprafața unei piese reprezintă **rugozitatea suprafeței** considerate și definește **calitatea (prelucrării) suprafeței**.

Problematica legată de calitatea suprafețelor este reglementată prin standardele:

⇒SR ISO 4287-1:1993 - Rugozitatea suprafețelor. Terminologie. Suprafața și parametrii săi,

⇒SR ISO 4287-2:1993 - Rugozitatea. Măsurarea parametrilor de rugozitate,

⇒STAS 5730/2-85 - Starea suprafețelor. Parametri de rugozitate și specificarea rugozității suprafeței.

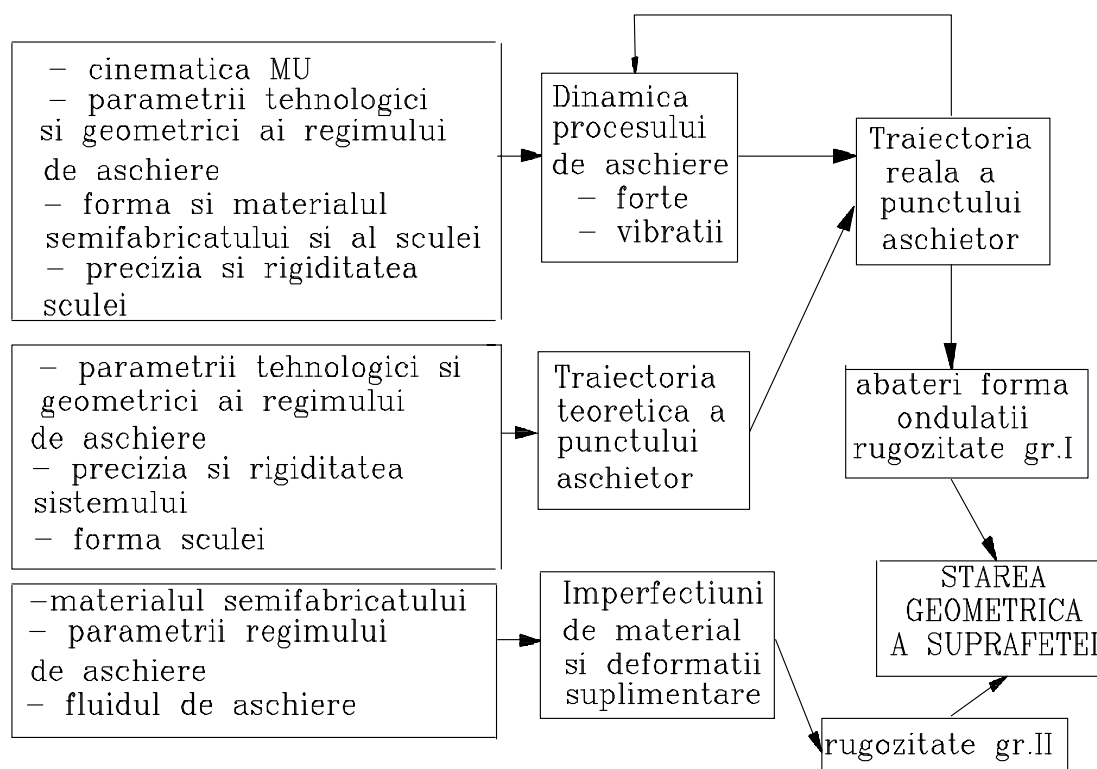


Fig.4.16

Cauzele care duc la apariția acestor microneregularități sunt (fig.4.16):

- ➔vibrațiile de înaltă frecvență,
- ➔geometria sculei așchietoare (unghiul de așezare, de degajare, raza la vârf, etc),
- ➔rugozitatea muchiei așchietoare,
- ➔regimul de așchiere (t - adausul de prelucrare, s - avansul, v - viteza de așchiere),
- ➔depunerile pe tăișul sculei și lichidul de așchiere,
- ➔neomogenitatea semifabricatului, etc.

## 4.2.1. Parametri de rugozitate



Parametri de rugozitate cei mai des utilizați care permit identificarea și măsurarea microneregularităților de pe suprafețele pieselor sunt:

→ abaterea medie aritmetică a neregularităților (fig.4.17):

$$R_a = \frac{1}{l} \int_0^l |y| dx$$

sau pentru un număr finit de puncte:

$$R_a = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i|$$

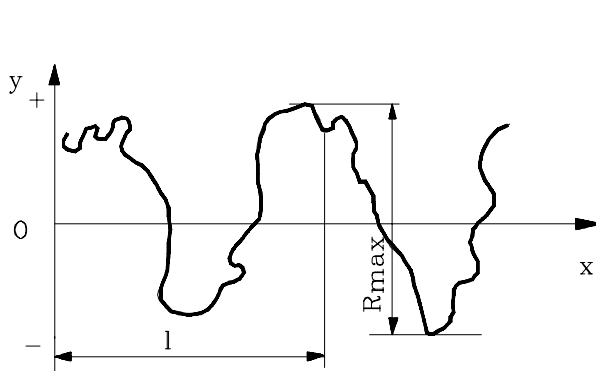


Fig.4.17

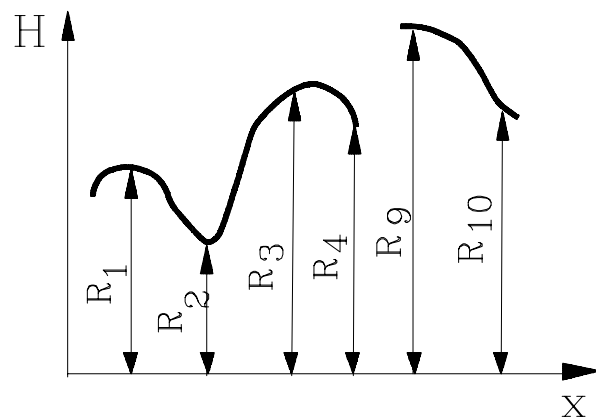


Fig.4.18

→ înălțimea medie a neregularităților în 10 puncte succesive (fig.4.18):

$$R_z = [(R_1 + R_3 + R_5 + R_7 + R_9) - (R_2 + R_4 + R_6 + R_8 + R_{10})] / 5$$

→ înălțimea maximă a profilului  $R_{max}$  (fig.4.17).

## 4.2.2. Simbolizarea și notarea pe desen a rugozității

Înscrierea pe desen a rugozității se face utilizându-se **simbolul de bază (general)** (fig.4.19):

unde, în locul literelor se înscriu:

➤ a - adausul de prelucrare, în milimetri,

➤ b - parametrul de rugozitate ( $R_a$ ,  $R_z$ ,  $R_{max}$  etc.), în micrometri,

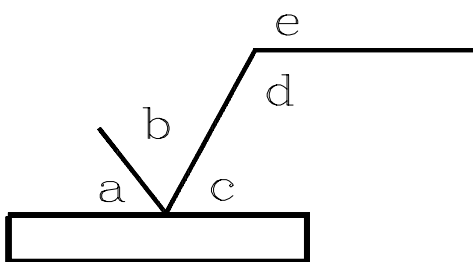


Fig.4.19

- c - semnul care simbolizează orientarea microneregularităților pe suprafața piesei:  $\perp$  - perpendiculară,  $=$  - paralelă, C - concentrică, R - radială, X - încrucișată, M - în mai multe direcții oarecare,
- d - lungimea de bază, dacă aceasta diferă de lungimea standardizată,
- e - scurte indicații tehnice, tehnologice, sau cu privire la starea finală a suprafeței, cum ar fi tratamentul termic, procedeul de prelucrare, aspectul estetic al suprafeței (acoperiri de suprafață cu rol estetic).

În figura 4.20 se prezintă un simbol general în care s-au înscris toate informațiile referitoare la o suprafață dată, pe care acest simbol de bază le poate conține într-un spațiu din câmpul desenului relativ redus. Aceste informații cu privire la starea suprafeței pot exista în totalitate, sau parțial, dar în ambele cazuri este obligatoriu să existe valoarea numerică a parametrului de rugozitate.

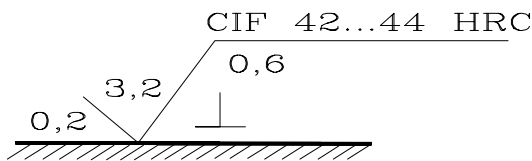


Fig.4.20



a

b

Fig.4.21

În afara simbolului general, sau de bază, se utilizează simbolurile particulare:

⟨care obligă îndepărtarea de material pentru realizarea rugozității prescrise (fig.4.21 a),

⟨care menține suprafața în starea obținută anterior (interzice îndepărtarea de material de pe suprafața la care se referă) (fig.4.21 b),

Simbolul de rugozitate se așează pe suprafața la care se referă parametrul de rugozitate, sau pe o linie ajutătoare, aflată în continuarea acelei suprafețe.

Deoarece toate suprafețele prelucrate au o anumită rugozitate, pentru fiecare dintre suprafețele unei piese se va înscrie rugozitatea funcțională

direct, folosind unul din simbolurile prezentate, sau indirect, menționându-se **rugozitatea generală** (fig.4.22 a) (când pentru toate suprafețele piesei se prescrie aceeași valoare maximă a rugozității), sau **rugozitatea majoritară** (fig.4.22 b,c) înscrisă deasupra indicatorului - atunci când există unele suprafețe ale piesei pentru care se prescrie o valoare a rugozității diferită de cea generală.

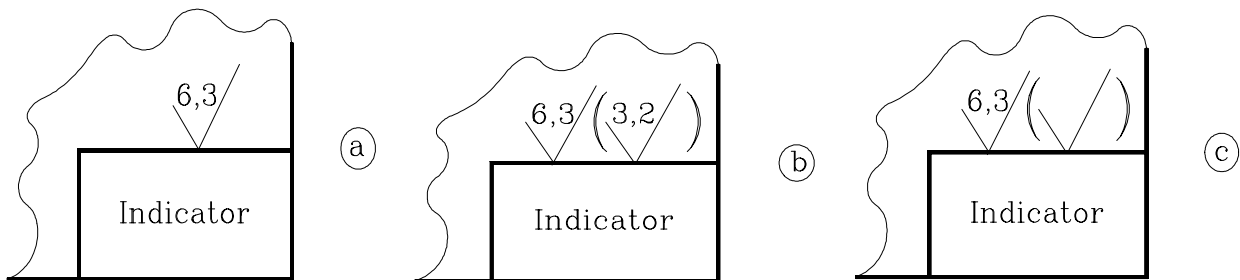


Fig.4.22

Rugozitatea se indică pe desen prin valoarea numerică maximă admisă a parametrului de rugozitate ales de către proiectant să definească rugozitatea funcțională a unui reper. Dacă se utilizează parametrul  $R_z$  atunci se înscrie numai valoarea numerică prescrisă pentru acest parametru, în micrometri (fig.4.23 a).

Dacă se prescrie parametrul de rugozitate  $R_z$ , atunci alături de valoarea numerică a parametrului se va scrie și simbolul  $R_z$  (fig.4.23 b) pentru a face distincție între utilizarea parametrului  $R_a$  și, respectiv a parametrul  $R_z$ .

Dacă se folosește parametrul de rugozitate  $R_{max}$ , atunci notarea se face așa cum se observă din figura 4.23 c. O suprafață poate avea rugozitatea funcțională cuprinsă între anumite limite și atunci notarea se face așa cum se prezintă în figura 4.23 d, înscriind ambele valori limită ale parametrului de rugozitate folosit.

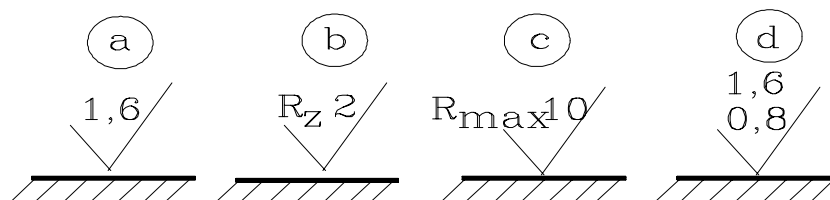


Fig.4.23

Calitatea suprafeței, sau rugozitatea acesteia are o importanță crucială în funcționarea pieselor aflate în mișcare relativă, în apariția și

evoluția procesului de frecare-uzare. Chiar și orientarea microneregularităților pe o suprafață influențează, în anumite condiții de funcționare, hotărâtor fenomenul de uzare.

Așa de exemplu, în mecanica fină, coeficientul de frecare la deplasarea diferitelor mecanisme este influențat de orientarea acestor neregularități, fiind indicat ca această orientare să fie de-a lungul direcției de deplasare. În altă situație, orientarea perpendiculară pe direcția de deplasare va permite reținerea mai ușoară a lubrifianului, dar există riscul ca uzura să fie mai rapidă la întreruperea ungerii.

Cercetările efectuate asupra relației dintre direcția de deplasare a pieselor conjugate și orientarea microneregularităților pe suprafețele aflate în contact au demonstrat că cea mai bună rezistență la uzare o are cupla de frecare ale cărei suprafețe aflate în contact au orientate microneregularitățile la  $45^\circ$  față de direcția de deplasare a suprafețelor în cauză; orientarea în direcția deplasării produce uzura cea mai mare, iar orientarea perpendiculară o uzură mijlocie.


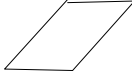








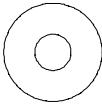



## **4.3.Precizia formei geometrice și precizia poziției relative**

Cauzele care duc la apariția abaterilor de la forma geometrică sunt datorate sistemului tehnologic, sau de conversie, format - în cazul exemplificării cu un sistem tehnologic de generare a suprafețelor prin așchiere - din mașina-unealtă, dispozitivul de prindere a semifabricatului, semifabricatul, dispozitivul de prindere a sculei, scula așchietoare și mijlocul de măsurare. Toate aceste componente își au propria eroare de execuție și evoluție în timp a acesteia, care este funcție de starea de întreținere, de uzura componentelor procesului de conversie și de condițiile de utilizare a acestora.

Erorile generate prin diferite procese de conversie și de diferite utilaje care conduc la apariția abaterilor de la forma suprafeței, sau a poziției relative a diferitelor elemente geometrice sunt clasificate astfel (tab.4.1):

---

Tabelul 4.1

Toleranța de formă sau de poziție	Simbolul literar	Simbolul grafic
<b>Toleranțe de formă</b>		
Toleranța la rectilinitate	TFr	
Toleranța la planitate	TFp	
Toleranța la forma dată a profilului	TFf	
Toleranța la circularitate	TFc	
Toleranța la cilindricitate	TFI	
Toleranța la forma dată a suprafeței	TFs	
<b>Toleranțe de poziție</b>		
Toleranța la paralelism	TPl	
Toleranța la perpendicularitate	TPd	
Toleranța la înclinare	TPi	
Toleranța la simetrie	TPs	
Toleranța la coaxialitate și concentricitate	TPc	
Toleranța la intersectare	TPx	
Toleranța la poziția nominală	TPp	
Toleranța bății radiale și axiale	TBr / TBf	

Toleranțele de formă, cele de poziție – ca de altfel și cele dimensionale și rugozitatea – au menirea de a disciplina materializarea unui produs finit, dat prin imaginea sa plană sub formă de desen, de a limita extremele funcționale între care se pot afla abaterile rezultate prin generarea suprafețelor.

## 2 Abateri de la forma geometrică dată

Abaterile de la forma dată prin desenul de produs finit se clasifică în abateri ale profilului și abateri ale suprafețelor:

### ➤ abateri de formă ale profilului:

- ⇒ abaterea de la forma dată a profilului (fig.4.24 - abaterea de la forma dată a profilului camei),
- ⇒ abaterea de la rectilinitate, cu formele reale care se pot obține:
  - forma concavă (fig.4.25 a),
  - forma convexă (fig.4.25 b),

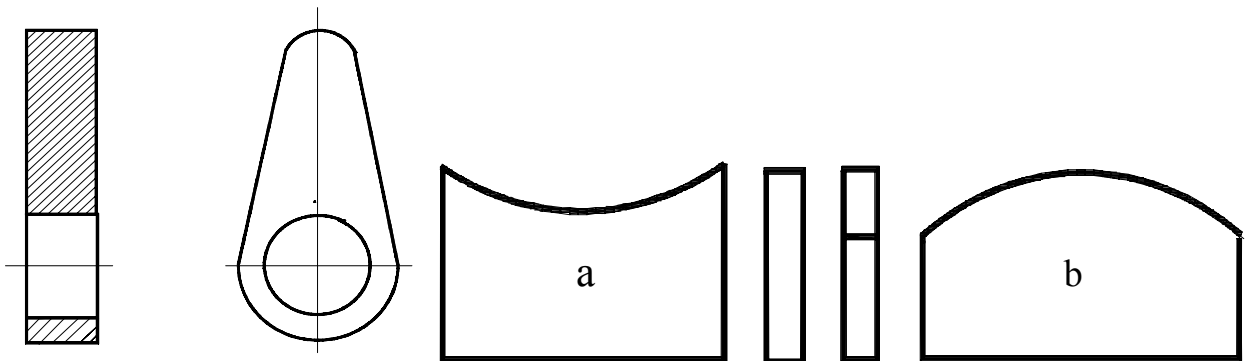


Fig.4.24

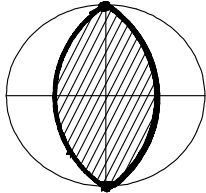
Fig.4.25

- ⇒ abaterea de la circularitate, cu formele reale care se pot obține:
  - forma ovală (fig.4.26 a),
  - forma poligonală (fig.4.26 b),

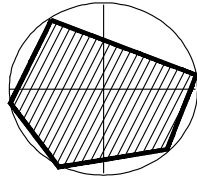
### ➤ abateri de formă ale suprafeței:

- ⇒ abaterea de la forma dată a suprafeței (fig.4.27),
- ⇒ abaterea de la planitate, cu formele reale care se pot obține:
  - forma concavă (fig.4.28 a),
  - forma convexă (fig.4.28 b),
- ⇒ abaterea de la cilindricitate, cu formele reale care se pot obține:

- forma conică (fig.4.29 a),
- forma curbată (fig.4.29 b),
- forma convexă (fig.4.29 c),
- forma concavă (fig.4.29 d).



a



b

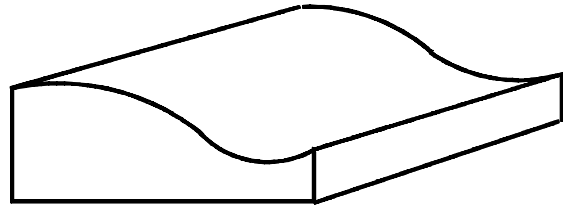
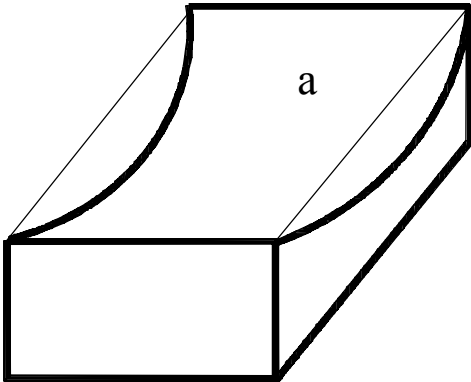
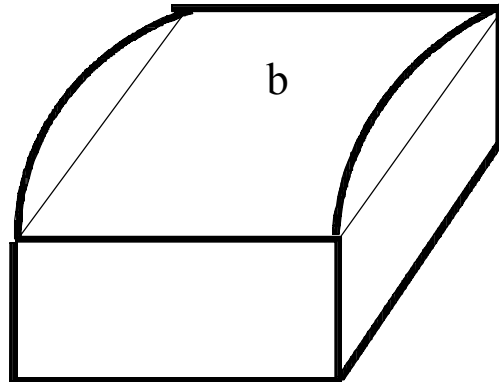


Fig.4.26

Fig.4.27

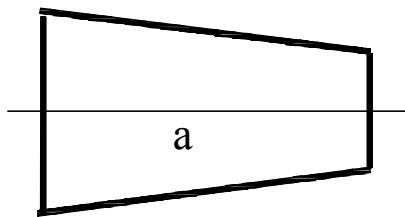


a

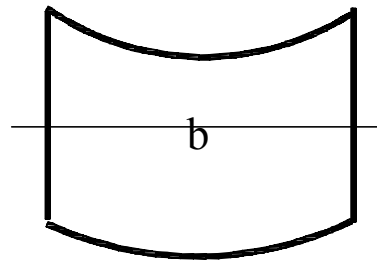


b

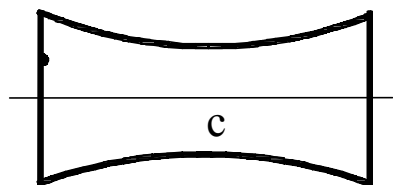
Fig.4.28



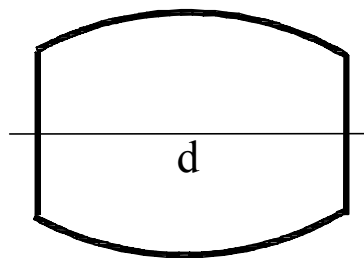
a



b



c



d

Fig.4.29

## 2 Abateri de la precizia de poziție relativă

Abaterile de la poziția relativă se pot referi la două (sau mai multe) elemente geometrice (punct, dreaptă, plan) ale aceleiași piese (o muchie și o suprafață, două muchii, o suprafață versus axa sa de simetrie, două axe de asimetrie, sau două suprafețe, etc.), sau aflate în relație funcțională într-un ansamblu dat (abaterea de la paralelismul punții față și a punții spate a unui automobil). Scurta enunțare a acestor toleranțe contribuie la conturarea finală a preciziei produsului finit:

- ⇒ abaterea (toleranța) de la paralelism,
- ⇒ abaterea (toleranța) de la perpendicularitate,
- ⇒ abaterea (toleranța) de la înclinare,
- ⇒ abaterea (toleranța) de la simetrie,
- ⇒ abaterea (toleranța) de la concentricitate și coaxialitate,
- ⇒ bătaia frontală (toleranța bății frontale),
- ⇒ bătaia radială (toleranța bății radiale),
- ⇒ abaterea (toleranța) de la poziția nominală,
- ⇒ abaterea (toleranța) de la intersectare.

### 4.3.1. Înscrierea pe desen a toleranțelor de formă geometrică și a toleranțelor de poziție relativă

Pentru început, se impune o observație cu caracter general. Ținând seama de faptul că între mărimea toleranței unei dimensiuni (liniare, sau unghiulare) și costurile de fabricație există o dependență aproximativ exponențială (costurile de producție necesare execuției dimensiunilor cu toleranțe mici sunt mari), alegerea toleranței dimensionale, de formă, sau de poziție se face astfel încât acestea să asigure buna funcționare a produsului proiectat. Pe de altă parte, dacă funcționarea nu impune altfel, atunci abaterile de la forma geometrică și cele de poziție relativă trebuie să se încadreze între abaterile dimensionale limită prescrise elementelor geometrice în cauză.

De aici rezultă, firesc, că prescrierea unei toleranțe de la forma geometrică, sau de poziție relativă cu o valoare sub cea a toleranței



dimensionale a elementului geometric în cauză este inutilă, căci la prelucrarea piesei (generarea suprafețelor acesteia) se va ține seama de precizia cea mai mare impusă prin documentația tehnică (desenul piesei - desenul produsului finit).

Datele privind toleranțele de formă și de poziție se înscriu într-un dreptunghi împărțit în două, sau trei căsuțe (fig.4.30). În căsuțe se indică următoarele elemente:

- simbolurile toleranțelor,
- valoarea toleranței, în milimetri,
- litera majusculă de identificare a bazei de referință, dacă este necesar (numai în cazul toleranțelor de poziție).

Valorile numerice ale toleranțelor se înscriu după simbolul grafic al respectivei toleranțe, urmate de litera de identificare a bazei de referință (atunci când este cazul).

Exemplele de înscriere a toleranțelor de la forma geometrică și a celor de poziție relativă, notate cu a, b, c, d, și e, au următoarele semnificații:

- a, c - valoarea toleranței este valabilă pe toată lungimea muchiei, sau suprafeței pentru care a fost prescrisă,
- b - valoarea toleranței este valabilă pe o anumită lungime de referință din lungimea totală a piesei,

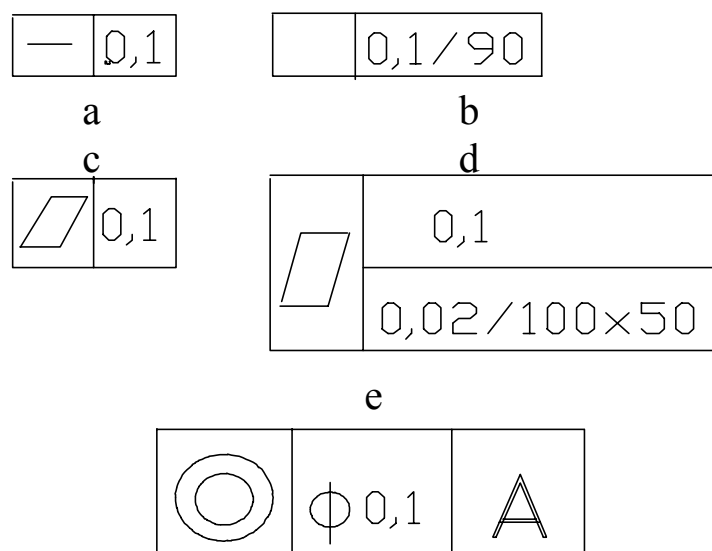


Fig.4.30

- d - toleranță are o valoare totală, dar abaterile limită admise sunt limitate (0,02) pentru zone de pe suprafața dată definite (100x50) (dublă condiționare),
- e - când zona toleranței este circulară, sau cilindrică se pune simbolul  $\phi$  înaintea acesteia.

Cadrul dreptunghiular cu elementele referitoare la toleranțele de formă - simbolul grafic și valoarea numerică a toleranței - se leagă de elementul geometric la care se referă (profil, sau suprafață) printr-o linie de indicație care se termină cu o săgeată, dreaptă sau frântă, trasată perpendicular pe elementul geometric la care se referă (dreaptă plan, etc.).

### 4.3.2. Notarea pe desen a toleranțelor de formă. Exemple grafice

În continuare se prezintă câte un exemplu din fiecare tip de toleranță de formă, precum și interpretarea datelor referitoare la aceste toleranțe:

**/TOLERANȚA LA FORMA DATĂ A PROFILULUI (fig.4.31):** abaterea maximă admisă de la forma dată a profilului camei este de 0,012 mm,

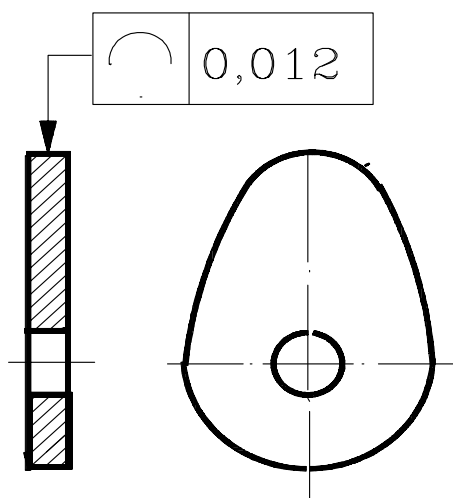


Fig.4.31

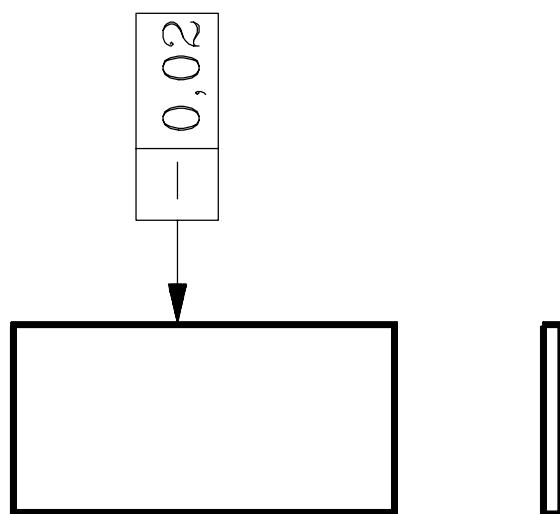


Fig.4.32

**/TOLERANȚA LA PLANITATE (fig.4.33):** abaterea totală maximă admisă de la planitate este de 0,12 mm, dar nu poate depăși valoarea de 0,03 mm pentru fiecare porțiune de suprafață de 50 mm x 80 mm,

**/TOLERANȚA LA CIRCULARITATE (fig.4.34 a,c):** abaterea maximă admisă la circularitate este de 0,3 mm,

**/TOLERANȚA LA CILINDRICITATE (fig.4.34 b,c):** toleranța admisă (sau abaterea maximă admisă) la cilindricitate este de 0,2 mm,

**/TOLERANȚA LA FORMA DATĂ A SUPRAFETEI (fig.4.35):** toleranța admisă la forma dată a suprafeței este 0,02 mm.

Se observă că, dacă pentru aceeași piesă se prevăd două toleranțe de formă, atunci acestea pot fi înscrise separat (fig.4.34 a,b), sau împreună în același cadru dreptunghiular (fig.4.34 c).

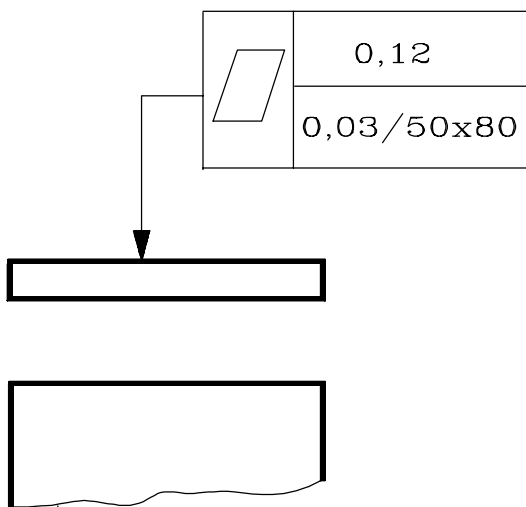


Fig.4.33

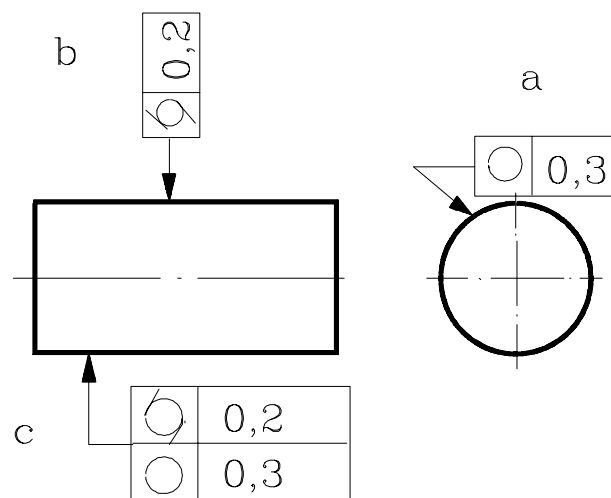


Fig.4.34

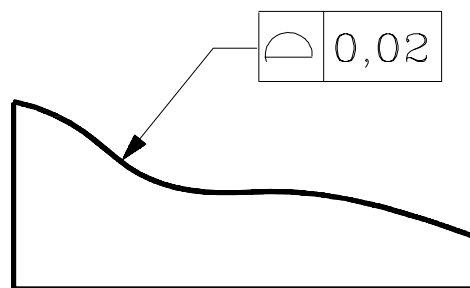


Fig.4.35

### 4.3.3. Notarea pe desen a toleranțelor de poziție relativă. Exemple grafice

Întreg cadrul dreptunghiular se leagă de elementul la care se referă toleranța, printr-o linie de indicație terminată cu o săgeată și pe baza de referință printr-o linie de indicație terminată cu un triunghi înnegrit (exemplul din figura 4.36 c).

Săgeata și triunghiul înnegrit se sprijină pe:

- linia de contur a piesei, sau pe o linie ajutătoare, în dreptul liniei de cotă, dacă toleranța se referă la axa, sau planul de simetrie al întregii piese, sau dacă baza de referință este axa, sau planul de simetrie (fig.4.42, fig.4.43),
- linia de contur a piesei, sau pe liniile ajutătoare, dar nu în dreptul liniei de cotă, dacă toleranța se referă la profil (fig.4.44 b - bătaia frontală, la suprafața respectivă, sau la baza de referință (fig.4.44 a, fig.4.45),
- axă, sau pe planul de simetrie al piesei, dacă toleranța se referă la această axă, sau plan, sau dacă planul de referință este această axă, sau plan,
- axa comună, sau planul de simetrie comun al două, sau mai multe elemente,
- în cazul când cadrul nu este legat de baza de referință, aceasta se notează cu o majusculă înscrisă în apropierea bazei de referință, într-un cadru legat de aceasta printr-o linie de indicație terminată cu un triunghi înnegrit; majuscula se va înscrie în a treia căsuță a cadrului dreptunghiular, după cum s-a mai menționat (fig.4.39),
- dacă baza de referință este o axă comună, sau un plan de simetrie comun pentru mai multe elemente, se vor indica toate aceste elemente (fig.4.44),
- atunci când pentru o toleranță de poziție este indiferent care element este bază de referință, triunghiul înnegrit se va înlocui cu o săgeată (fig 4.36 b),
- cotele care determină poziția nominală a elementelor pentru care se prescriu toleranțe de poziție nu se tolerează dimensional, ci se scriu încadrate (fig.4.46).

**/TOLERANȚA LA PARALELISM (fig.4.35):** se poate utiliza una din cele trei variante de înscriere, care au următoarea interpretare:

- a - toleranța la paralelism a suprafeței indicate față de baza de referință este de 0,4 mm (valorile numerice prezente în exemplele considerate nu sunt, decât întâmplător, egale cu valori standardizate),
- b - toleranța la paralelism nu depinde de suprafața care este considerată ca baza de referință,
- c - dacă suprafața de referință este apropiată de suprafața a cărei toleranță la paralelism este limitată, atunci nu se mai notează separat baza de referință,

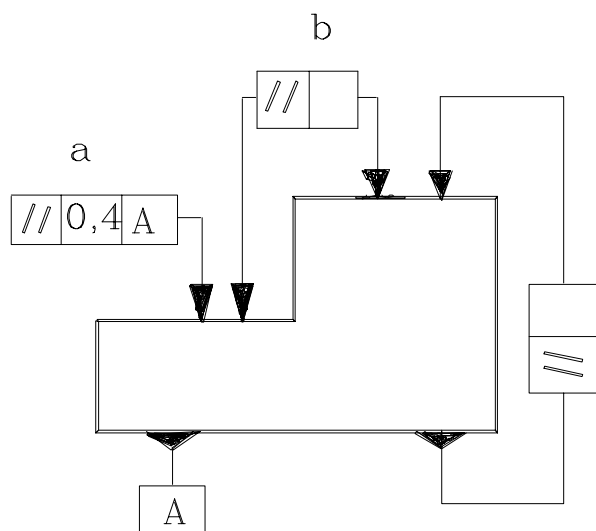


Fig.4.36

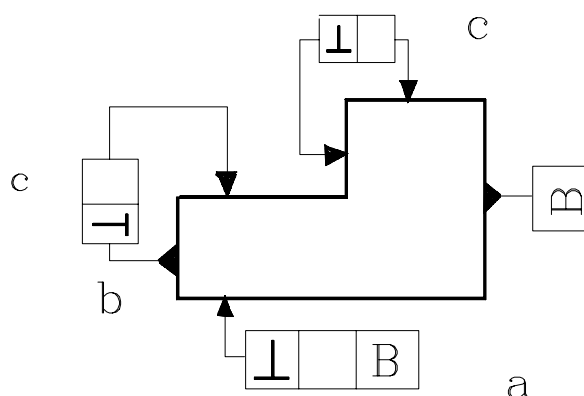


Fig.4.37

**/TOLERANȚA LA PERPENDICULARITATE (fig.4.36):** explicațiile anterioare referitoare la posibilitățile de notare pe desen a toleranței la paralelism se aplică și în acest caz (exemplele a, b și c),

**/TOLERANȚA LA ÎNCLINARE (fig.4.37, fig.4.38, fig.4.39):** toleranța la înclinare se poate referi la o suprafață plană prismatică (fig.4.37), sau de revoluție (fig.4.38), sau la axe de simetrie (fig.4.39); ultimele două se raportează la baze de referință,

**/TOLERANȚA LA SIMETRIE (fig.4.40, fig.4.41):** toleranța la simetrie admisă a axei de simetrie a piesei (batiu de mașină unealtă, sau

sanie mobilă de mașină unealtă), față de axa de simetrie a alezajului longitudinal (baza de referință A) are valoarea de 0,2 mm,

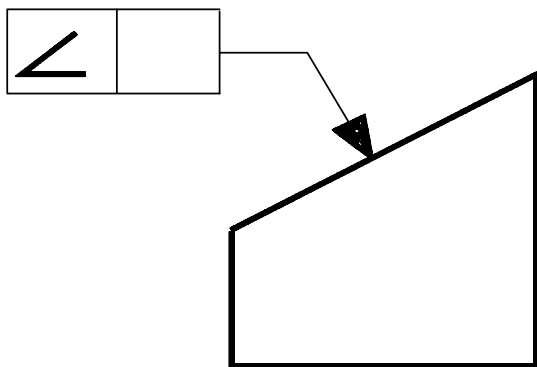


Fig.4.38

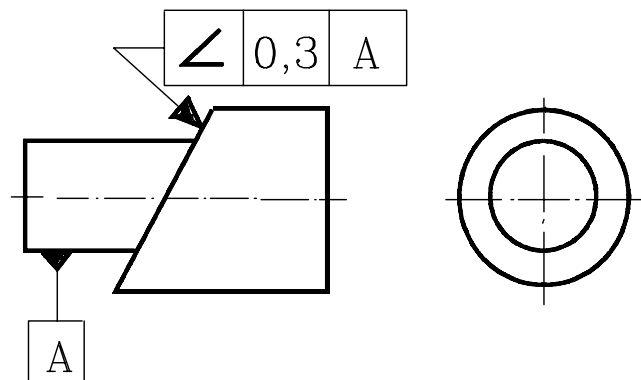


Fig.4.39

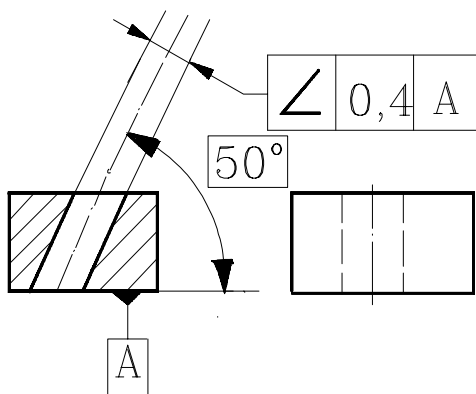


Fig.4.40

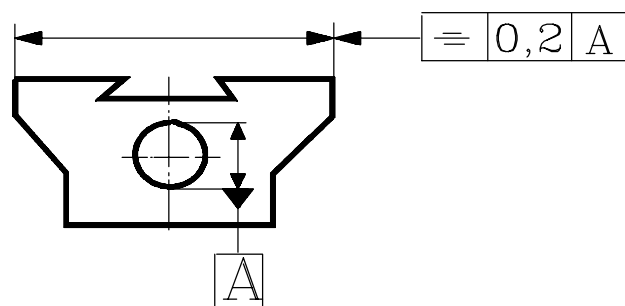


Fig.4.41

**/TOLERANȚA LA COAXIALITATE ȘI LA CONCENTRICITATE (fig.4.42, fig.4.43):** toleranța la coaxialitate a axelor de simetrie acelor două alezaje este de  $\phi 0,14$  mm (fig.4.42), bază de referință fiind alezajul cu lungimea mai mare, sau de  $\phi 0,1$  în raport cu două baze de referință, A și B, care reprezintă axele de simetrie ale treptelor arborelui respectiv (fig.4.43),

**/TOLERANȚA BĂȚĂII RADIALE ȘI FRONTALE (fig.4.44, fig.5.45):** toleranța bățării radiale față de baza de referință A (axa de simetrie), este de 0,3 mm (fig.4.44a), în timp ce toleranța bățării frontale este de 0,01 mm (fig.4.44b), respectiv toleranța bățării radiale este de 0,2 mm față de două baze de referință, A și B, care sunt suprafețele exterioare ale treptelor arborelui (fig.4.45),

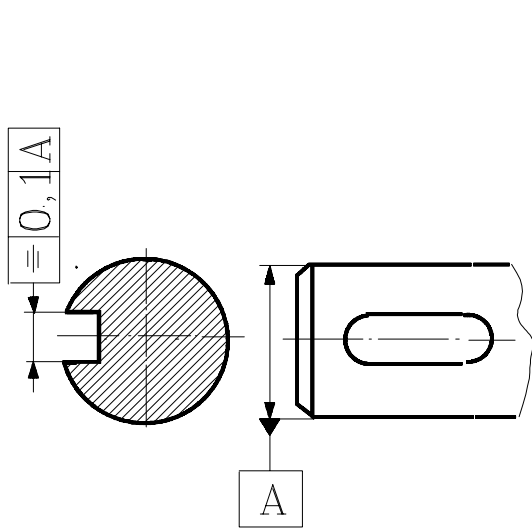


Fig.4.42

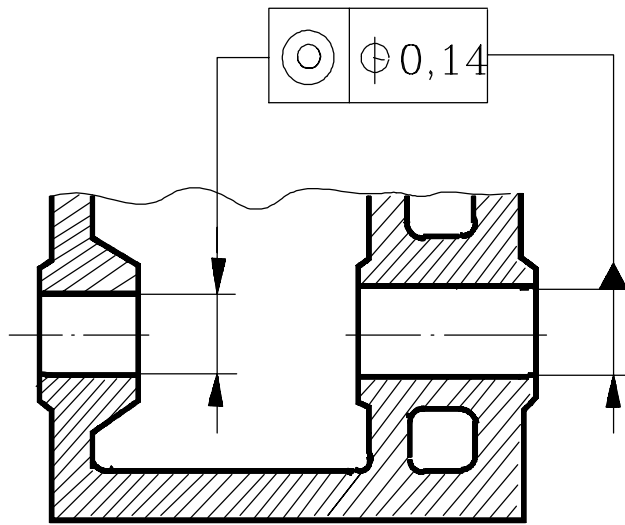


Fig.4.43

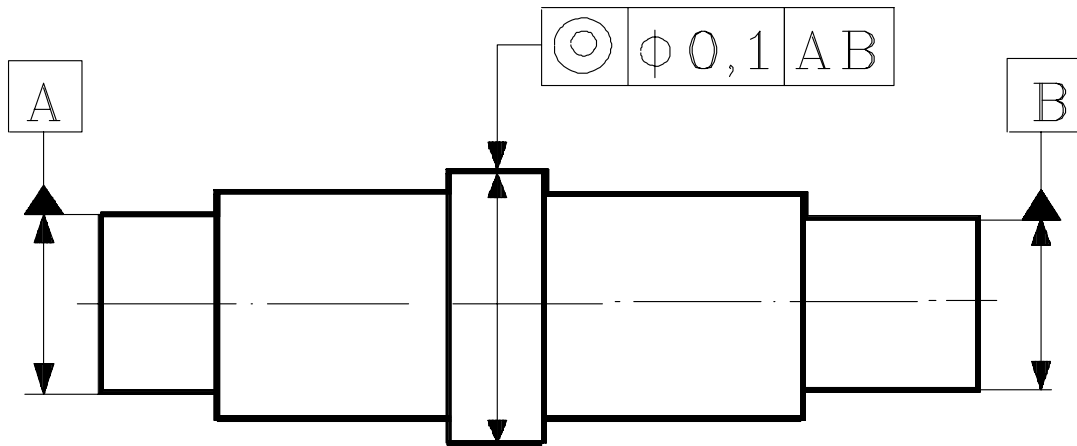


Fig.4.44

a

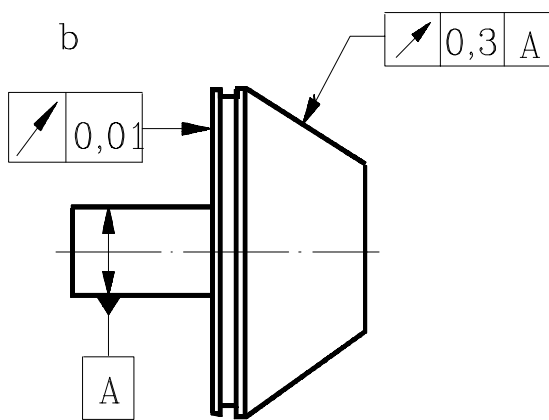


Fig.4.45

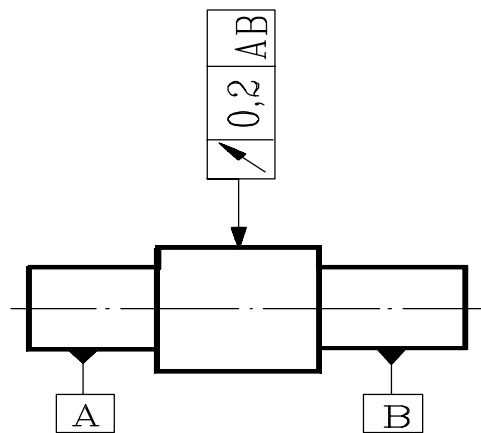


Fig.4.46

**/TOLERANȚA LA POZIȚIA NOMINALĂ (fig.4.47, fig.4.48).** În cazul cotării unui arbore sau a unui alezaj, modul de identificare a poziției nominale a centrului alezajului sau arborelui, precum și precizia sa se poate nota pe desen în două variante, fie apelând la procedeul clasic, cu ajutorul toleranțelor dimensionale, sau folosind toleranța de la poziția nominală.

Poziția nominală a unui element geometric al unei piese se cotează folosind cotele încadrate (dimensiunea de 10 mm, fig.4.47). Din punct de vedere al mărimii și formei toleranței centrului de simetrie al alezajelor de  $\phi 5$  mm, se observă că, în primul caz (fig.4.47) forma câmpului de toleranță a centrului de simetrie al alezajului în cauză este pătrată în secțiune, în timp ce folosind toleranța de poziție forma este circulară (fig.4.48), diferența fiind nesemnificativă din punct de vedere practic.

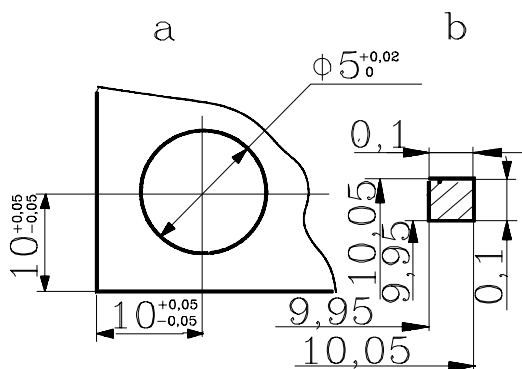


Fig.4.47

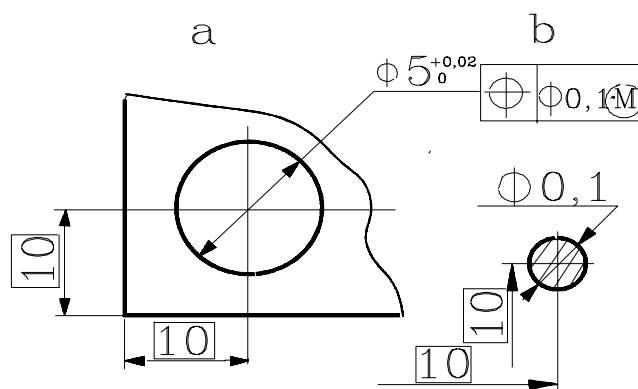


Fig.4.48

Dar, folosind principiul maximului de material<sup>3</sup>, toleranța efectivă de execuție se mărește, prin adăugarea la toleranța de poziție a toleranței dimensionale a alezajului. Dacă alezajul  $\phi 5$  mm se execută la maxim de material (adică la diametrul minim  $\phi 5$  mm), atunci toleranța sumă este:

$$T_{\Sigma} = TP_P + T_5 = 0,1 + 0,02 = 0,12 \text{ mm}$$

Astfel, rezultă o posibilă creștere maximă a toleranței cu 0,02 mm, față de toleranța inițială de 0,1 mm.

**/TOLERANȚA LA INTERSECTARE (fig.4.49):** mărimea toleranței la intersectare a axei alezajului indicat, față de baza de referință este de 0,5mm.

<sup>3</sup> I.Lărărescu, Cosmina-Elena Ștețiu, Toleranțe, ajustaje, calcul cu toleranțe, calibre, Editura tehnică, București, 1984.



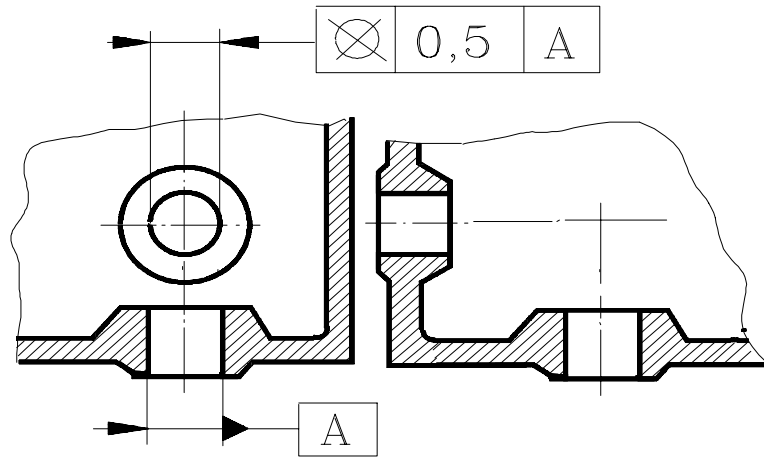
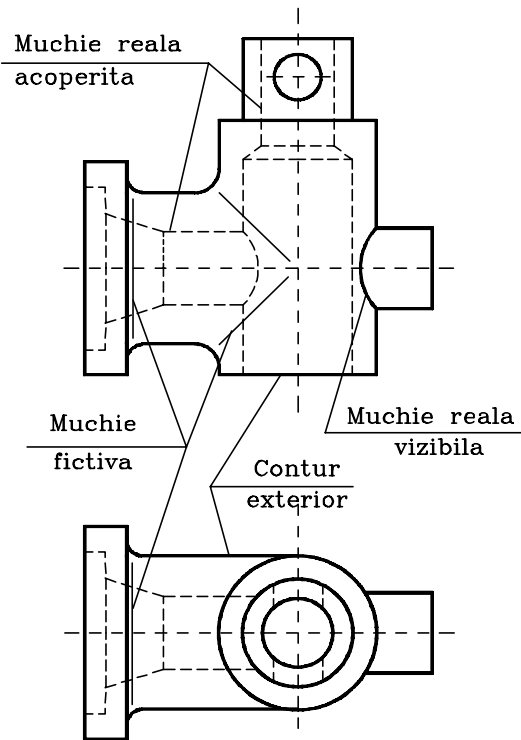


Fig.4.49

## 4.4 Teme:

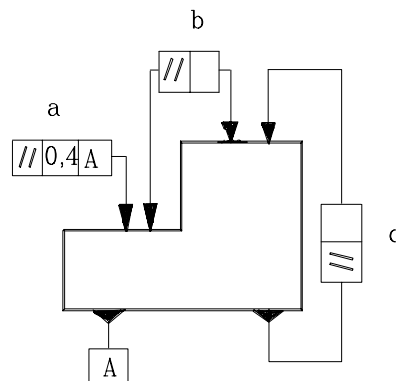
1. Pe desenul din fig.4.50 înscrieți precizia dimensională a alezajului central al piesei în sistemul de ajustaje alezaj unitar.



**Fig.4.50**

2. Să se înscrie pe desenul din figura 4.50 rugozitatea generală de  $6,3 \mu\text{m}$  și pentru două dintre suprafețe (la alegere) rugozitatea de  $3,2 \mu\text{m}$ .

3. Explicați semnificațiile exemplurilor de notare pe desen a preciziei de poziție relativă din figura 4.51.



**Fig.4.51**

4. S se explice imaginea din figura 4.52

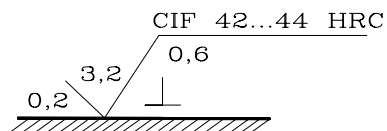


Figura 4.52

5. S se înscrie o abatere de la paralelism de 0,03 mm pentru suprafața de așezare, în raport cu suprafața superioară pentru piesa din figura 4.53.



Figura 4.53

6. Pentru canalul de pan din figura 4.54 se prescrie o rugozitate de  $3,2 \mu\text{m}$ , pentru diametrul de divizare al roții dințate o rugozitate de  $1,6 \mu\text{m}$ , iar rugozitatea generală a piesei să fie  $6,3 \mu\text{m}$ .

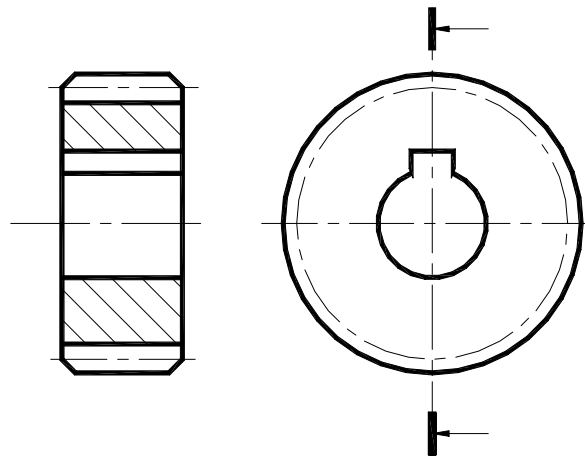


Figura 4.54

7. Să se înscrie o abatere limită de  $0,03 \text{ mm}$  de la planeitate pentru suprafața de așezare a plăcii din figura 4.55.

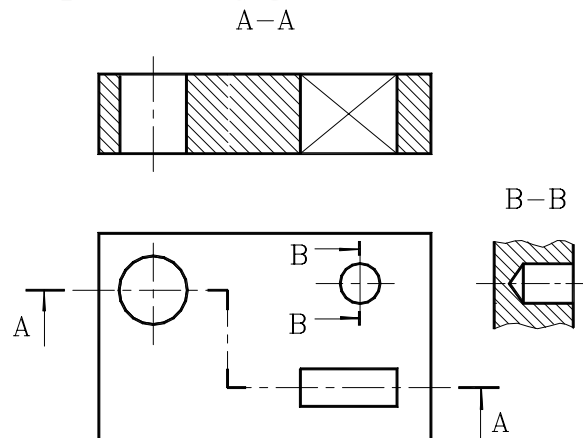


Figura 4.55

# PUNCTUL ÎN SCRIPTIVĂ

# GEOMETRIA DE-

## 2. TRIPLA PROIECȚIE ORTOGONALĂ A PUNCTULUI. EPURA PUNCTULUI

### 2.1. CONSTRUCȚIA PROIECȚIEI PUNCTULUI SPAȚIAL ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ

Prin asocierea, în relație de perpendicularitate, a trei plane spațiale pe care se proiectează un punct, se obține tripla proiecție ortogonală a punctului, în sistemul paralel ortogonal (fig.2.1). Imaginea intuitivă, axonometrică, a celor trei plane: orizontal-[H], vertical-[V] și lateral-[L] se numește triedru de proiecție.

Se consideră punctul  $A$  din spațiu, cunoscut ca poziție. Pentru a obține proiecțiile acestuia pe cele trei plane ortogonale, trebuie să mai cunoaștem încă un element al acestui punct, ce poate fi o coordonată a acestuia, sau una din proiecții, celelalte elemente rezultând în urma construcției grafice.

Presupunem cunoscut punctul  $A$ , ca poziție în spațiu și proiecția sa pe planul orizontal [H],  $a$  (fig.2.1), situată la intersecția proiectantei coborâtă din  $A$  pe planul [H].

Din punctul  $a$  se duc proiectante pe planele vertical și lateral și la intersecția acestora cu axele de coordonate  $Ox$  și  $Oy$  obținem punctele notate cu  $a_x$  și  $a_y$ . Din aceste puncte se ridică proiectante în planele vertical și lateral iar la intersecția acestora cu proiectantele duse pe aceste plane din punctul spațial  $A$  rezultă proiecțiile  $a'$ , în planul [V] și  $a''$ , în planul [L]. În continuare se trasează proiectanta pe planul lateral din proiecția  $a'$  și proiectanta pe planul vertical din proiecția  $a''$ ; acestea se intersectează într-un punct situat pe axa  $Oz$ , notat cu  $a_z$ .

Sintetic, această succesiune a construcției imaginii intuitive a proiecției punctului  $A$ , atunci când este cunoscută poziția spațială a acestuia și proiecția sa pe planul [H],  $a$ , este următoarea ( $a$  fiind considerat cunoscut, se alege undeva pe proiectanta  $\overline{Aa}$ ):

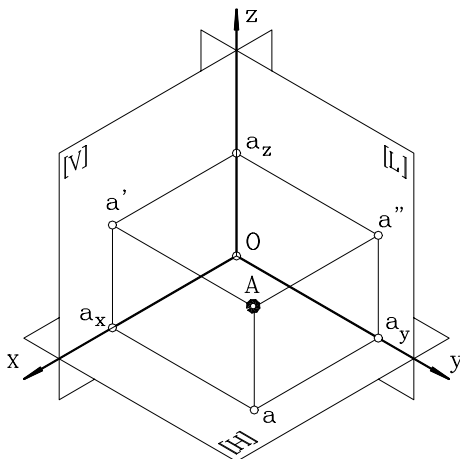


Figura 2.1

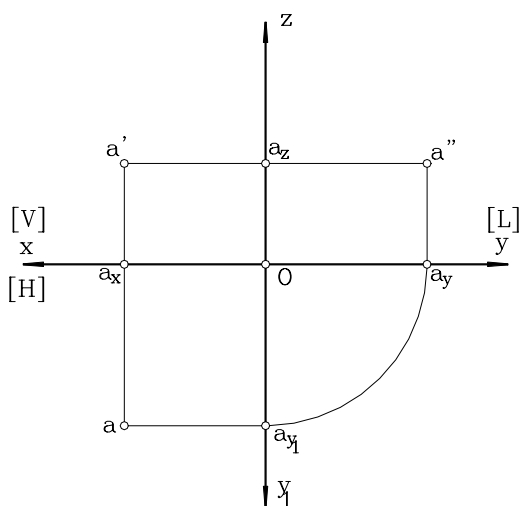


Figura 2.2

- $\overline{Aa} \perp [H] \ (\overline{Aa} \cap [H] = a)$
- $a \in [H]$
- $\overline{aa_x} \perp [V]$
- $\overline{aa_x} \perp [H] \Rightarrow \overline{aa_x} \cap [V] = a_x \in Ox$
- $\overline{aa_y} \perp [L]$
- $\overline{aa_y} \perp [H] \Rightarrow \overline{aa_y} \cap [L] = a_y \in Oy$
- $\overline{a'a'} \in [V]$
- $\overline{Aa'} \perp [V] \Rightarrow \overline{a'a'} \cap \overline{Aa'} = a' \in [V]$
- $\overline{a_y a''} \in [L]$
- $\overline{Aa''} \perp [L] \Rightarrow \overline{a_y a''} \cap \overline{Aa''} = a'' \in [L]$
- $\overline{a' a_z} \in [V]$
- $\overline{a' a_z} \perp [L] \Rightarrow \overline{a' a_z} \cap [L] = a_z \in Oz$
- $\overline{a'' a_z} \in [L]$
- $\overline{a'' a_z} \perp [V] \Rightarrow \overline{a'' a_z} \cap [V] = a_z \in Oz$

Punctele  $a_x, a_y$  și  $a_z$  reprezintă coordonatele punctului spațial  $A$  și se numesc abscisa, depărtarea, respectiv cota acestuia. În cazul aplicațiilor numerice, punctul  $A(a_x, a_y, a_z)$  este dat prin valorile numerice ale coordonatelor sale.

Deoarece planele de proiecție sunt considerate infinite, acestea împart spațiul în opt triedre de proiecție, notate cu cifre romane: I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII.

Semnul fiecărei coordonate a punctelor aflate în aceste triedre sunt prezentate în tabelul 2.1.

Tabelul 2.1

Coordonată \ Triedrul de proiecție	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
abscisa $a_x$	+	+	+	+	-	-	-	-
Depărtarea $a_y$	+	-	-	+	+	-	-	+
cota $a_z$	+	+	-	-	+	+	-	-

Imaginea intuitivă, sau tripla proiecție ortogonală a punctului  $A$ , permite sesizarea relației spațiu-plan ce se realizează între elementul din spațiul tridimensional, punctul  $A$  și imaginea plană a acestuia, respectiv proiecțiile  $a, a'$  și  $a''$ . Punctul  $A$  este unic definit de proiecțiile sale, deoarece figura geometrică obținută (fig.2.1) reprezintă o prismă dreptunghiulară dreaptă (caz particular un cub, atunci când  $a_x = a_y = a_z$ ) care are elementele componente unic definite. Deci și punctele de intersecție ale muchiilor sale, care nu sunt altcineva decât punctul spațial  $A$ , coordonatele acestuia  $a_x, a_y, a_z$ , respectiv proiecțiile  $a, a', a''$  sunt unic definite.

Așadar, prin tripla proiecție ortogonală a punctului, se obține o corespondență biunivocă între elementul spațial și proiecțiile sale. Pentru un punct spațial se poate observa că sunt suficiente doar două proiecții pentru ca acesta să fie unic definit în spațiu.

## 2.2. DEFINIREA EPUREI. CONSTRUCȚIA EPUREI PUNCTULUI SPAȚIAL

Prin rabaterea planului orizontal, în sensul prezentat în figura 2.1, precum și a planului lateral, în sensul prezentat, până la supra-punerea acestora peste planul vertical  $[V]$  (prin rotirea în jurul axei  $Ox$ , respectiv  $Oz$  a planelor  $[H]$  și  $[L]$ ) triedrul de proiecție devine un plan de proiecție, care poartă denumirea de epură. Procedând în acest mod, tripla proiecție ortogonală a punctului devine

epura punctului (fig.2.2), în care punctul spațial este definit numai de proiecțiile acestuia. Odată cu rabaterea planelor de proiecție se rabat și elementele geometrice cuprinse în acele plane. Cu alte cuvinte, în epură elementele spațiale nu mai apar, ele rămânând în spațiu, iar în planul epurei vor fi reprezentate doar imaginile acestora, pe cele trei plane de proiecție.

Axa  $Oy$  din triedrul de proiecție este axă comună planelor  $[H]$  și  $[L]$ , iar după rabatere vor rezulta două axe, fiecare însoțind în rabatere planul căruia îi aparține. Axa corespunzătoare planului horizontal se notează cu  $Oy_1$ , iar cu  $Oy$  axa corespunzătoare planului lateral (fig.2.2).

După cum s-a arătat, un punct spațial  $A$  este caracterizat de următoarele elemente geometrice: coordonatele punctului  $a_x, a_y, a_z$  și proiecțiile punctului  $a, a', a''$ . Pentru construcția epurei (fig.2.2), ca și în cazul construcției grafice a triplei proiecții ortogonale a punctului în imagine intuitivă (axonometrică), este necesar un număr minim de elemente dintre cele ce caracterizează punctul spațial. Presupunem cunoscute, de exemplu, punctele  $a$  și  $a'$ , dispuse în epură pe aceeași proiectantă, paralelă cu axa  $Oz$ , care intersectează axa  $Ox$  în punctul  $a_x$ . În continuare, pentru aflarea grafică a celorlalte elemente, se procedează în următoarea succesiune:

$$\overline{a a'} \perp Oy_1$$

$$\overline{a a'} \cap Oy_1 = a_{y1}$$

$$Oa_{y1} = Oa_y \text{ (se rabate punctul } a_{y1} \text{ pe planul lateral [L])}$$

$$\overline{a' a''} \perp Oz$$

$$\overline{a' a''} \cap Oz = a_z$$

$$\overline{a, a''} \parallel Oz$$

$$\overline{a'' a_z} \perp Oz$$

$$\overline{a, a''} \cap \overline{a'' a_z} = a''$$

Punctul a cărui proiecție, în epură, am obținut-o, se situează în primul triedru de proiecție. Pentru obținerea epurei altui punct, aflat într-unul din triedrele II - VIII, procedeul este asemănător.

### 2.3. APLICAȚII

1. Să se explice construcția grafică a triplei proiecții ortogonale și a epurei corespunzătoare, pentru un punct spațial  $B$ , atunci când se cunosc proiecțiile  $b$  și  $b''$ , dacă punctul  $B$  aparține triedrului II de proiecție ( $b \in [H], b'' \in [L]$ ).
2. Pe același desen, să se reprezinte, în imagine axonometrică, două puncte  $A$  și  $B$ , cunoscând poziția spațială a acestora ( $A, B$ ) și proiecțiile  $a$ , respectiv  $b'$ . Dacă punctul  $A$  se află în triedrul III și  $B$  în triedrul VII, să se construiască simetricile acestor puncte față de axa  $Oz$ .
3. Punctul  $A$  are coordonatele  $a_x, a_y$  și  $a_z$ , cunoscute. Dacă  $A$  aparține triedrului I, să se demonstreze grafic, în imagine axonometrică și în epură, că simetricul său,  $B$ , față de planul lateral de proiecție, se află în triedrul V de proiecție, iar simetricul său,  $M$ , față de planul vertical, în triedrul II de proiecție. Dacă  $a_x = a_y = a$ , să se demonstreze că :

$$BM = a \sqrt{2}$$

4. Să se explice prin ce se caracterizează un punct spațial care se află, succesiv, pe unul din planele de proiecție ( $[H], [V], [L]$ ). Explicațiile vor fi însoțite de imaginea axonometrică și epura fiecărui punct.
5. Să se reprezinte, în imagine intuitivă și în epură, punctele  $A, B, C, E, F, G, M, N$  situate în triedrele I, II, III, IV, V, VI, VII VIII de proiecție.
6. Să se reprezinte axonometric și în epură:
  - ◆ punctul  $A$  de coordonate  $a_x, a_y$  și  $a_z$ ;
  - ◆ simetricile lui  $A$  față de  $[H], [V], [L]$ ;
  - ◆ simetricile lui  $A$  față de axele de coordonate  $Ox, Oy, Oz$ ;
  - ◆ simetricul lui  $A$  față de punctul  $O$ .
 Să se menționeze pentru fiecare punct triedrul din care acesta face parte.

#### MOD DE LUCRU:

Se vor respecta etapele de execuție grafică prezentate în continuare:

- se studiază semnele coordonatelor, ca urmare se menționează triedrul din care face parte punctul  $A$ ;
- se reprezintă axonometric planele de proiecție (se vor nota planele și axele de coordonate);
- se reprezintă cele trei coordonate, obținând cele trei proiecții  $a, a', a''$ :
  - ◆  $a$  - la intersecția proiectantelor duse din  $a_x$  și din  $a_y$ ,
  - ◆  $a'$  - la intersecția proiectantelor duse din  $a_x$  și din  $a_z$ ,
  - ◆  $a''$  - la intersecția; proiectantelor duse din  $a_y$  și din  $a_z$ ;
- la intersecția proiectantelor perpendiculare pe plane duse din  $a, a', a''$  rezultă  $A$ ;

- se reprezintă în epură planele de proiecție (se vor nota axele de coordonate);
- se reprezintă cele trei coordonate, rezultând  $a, a', a''$  în același mod ca și la construcția axonometrică.

**EXEMPLU NUMERIC**

Fie punctul **A** de coordonate  $a_x = 60, a_y = 30, a_z = 20$  (scara de reprezentare a acestor valori se va alege convenabil). Deoarece semnul coordonatelor este pozitiv, rezultă că acesta se află în primul triedru de proiecție (fig.2.3 și fig.2.4): **A** (60,30,20). Simetricul lui **A**, față de planul orizontal de proiecție **[H]**, va aparține triedrului IV, deoarece  $-a_z = a_z$ , și se va nota **A<sub>4</sub>**: **A<sub>4</sub>** (60,30,-20); simetricul față de planul vertical **[V]**, se află în triedrul II deoarece  $-a_x = a_x$  și se notează **A<sub>2</sub>**: **A<sub>2</sub>** (60,-30,20); simetricul față de planul lateral, **[L]**, se află în triedrul V, deoarece  $-a_y = a_y$ : **A<sub>5</sub>** (-60,30,20). În mod asemănător, se continuă rezolvarea exemplului numeric.

În tabelul 2.2 sunt prezentate mai multe variante de coordonate numerice ale punctului **A**, care pot fi utilizate în sensul extinderii aplicației grafice.

Tabelul 2.2

Nr.variantei numerice	1	2	3	4	5	6	
A	$a_x$	-40	40	30	50	-30	-40
	$a_y$	50	60	-50	20	-40	20
	$a_z$	20	-20	30	-30	-50	50

Tabelul 2.2 (continuare)

Nr.variantei numerice	7	8	9	10	11	12	
A	$a_x$	50	-50	20	-50	-40	20
	$a_y$	30	-40	-30	30	-30	-50
	$a_z$	40	30	-40	-40	50	-40

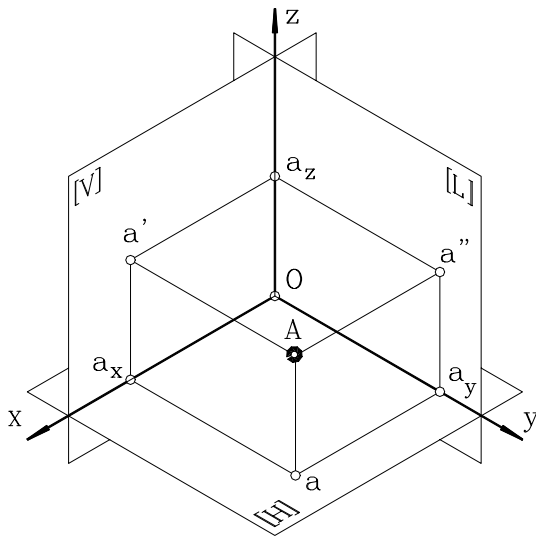


Figura 2.3

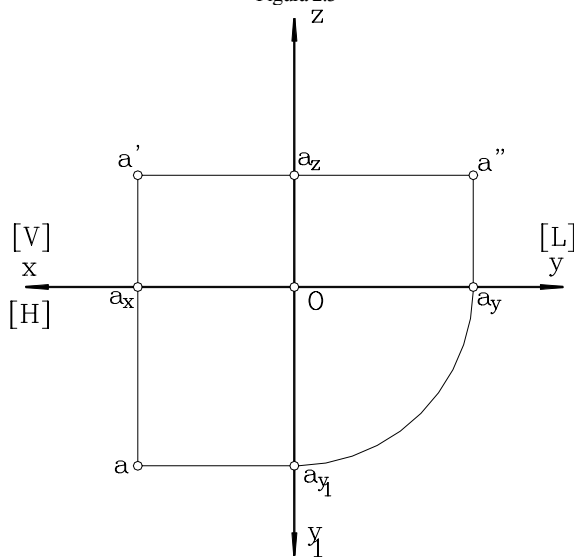
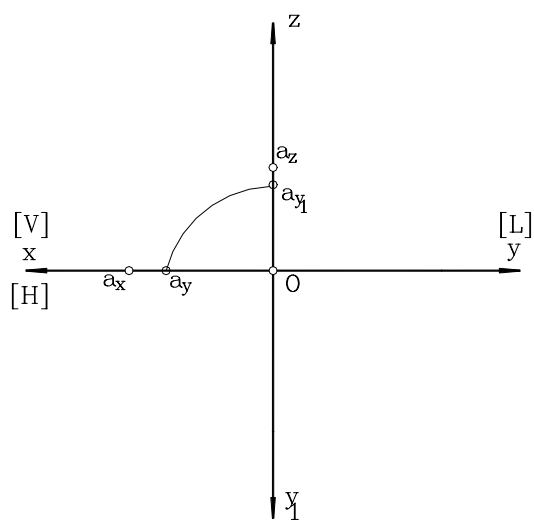
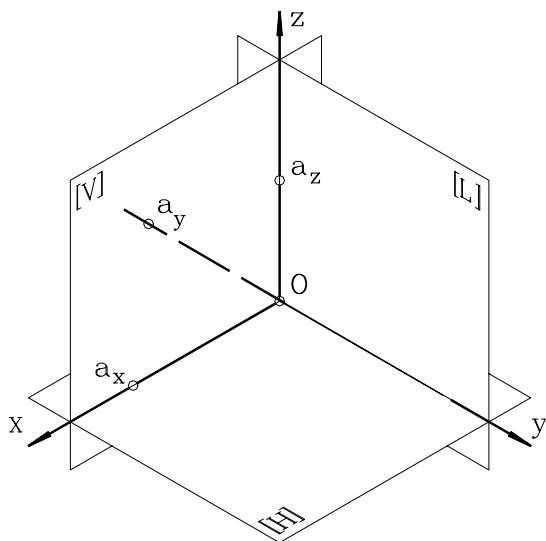


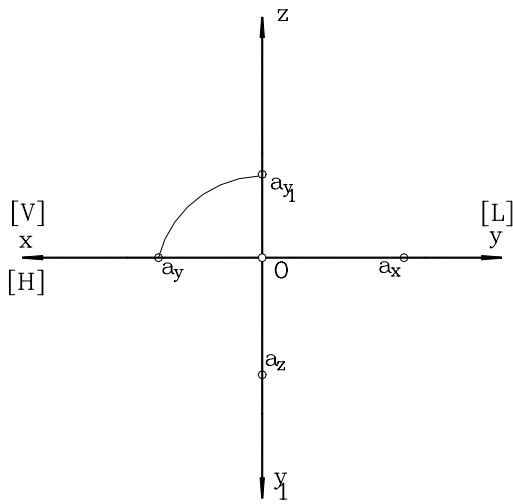
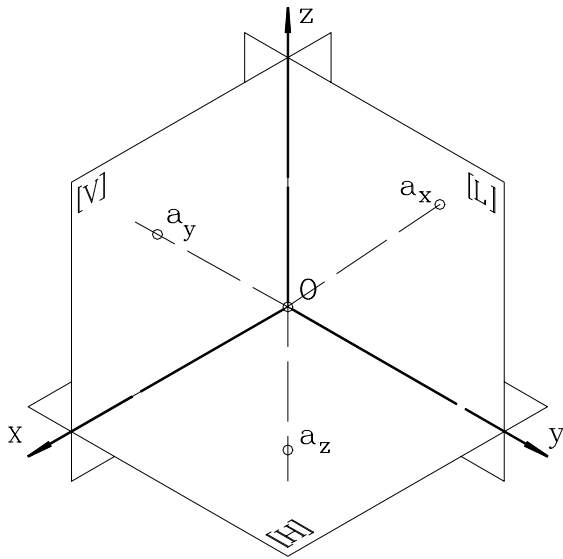
Figura 2.4



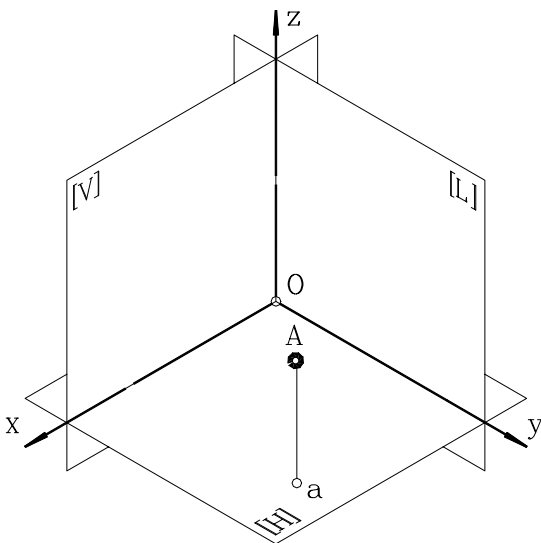
7. Să se reprezinte axonometric și în epură:  
punctul A de coordonate  $a_x$ ,  $a_y$  și  $a_z$ ;

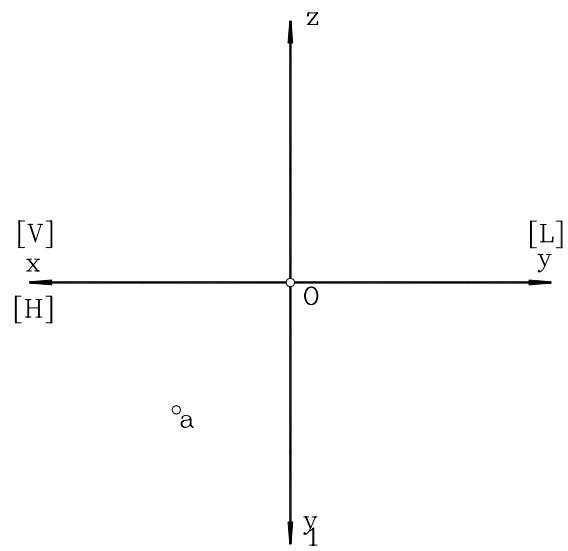


8. Să se reprezinte axonometric și în epură:  
punctul A de coordonate  $a_x$ ,  $a_y$  și  $a_z$ ;



9. Să se reprezinte axonometric și în epură:  
punctul A, cunoscând proiecția pe planul H, a, a acestuia.





## 6. POZIȚII RELATIVE A DOUĂ DREPTE SPAȚIALE

Două drepte în spațiu pot fi: paralele, concurente, sau disjuncte (oarecare).

### 6.1. DREPTE SPAȚIALE PARALELE

Două drepte spațiale sunt paralele dacă proiecțiile acestora pe planele de proiecție sunt, de asemenea, paralele. Așadar, relația spațială de paralelism se extinde și asupra proiecțiilor.

Se consideră dreptele  $\overline{D}_1 = \overline{AB}$  și  $\overline{D}_2 = \overline{MN}$ . Cunoscând  $\overline{ab} \parallel \overline{mn}$  și  $\overline{a'b'} \parallel \overline{m'n'}$ , să se demonstreze grafic că  $\overline{a''b''} \parallel \overline{m''n''}$  și  $\overline{AB} \parallel \overline{MN}$ , atât în triplă proiecție ortogonală cât și în epură. (fig.6.1 și fig.6.2).

### 6.2. DREPTE SPAȚIALE CONCURENTE

Două drepte spațiale sunt concurente dacă punctele de intersecție ale proiecțiilor lor reprezintă proiecția unui punct unic spațial. Se consideră  $\overline{D}_1 = \overline{AB}$ ,  $\overline{D}_2 = \overline{MN}$ . Cunoscând că  $\overline{ab} \cap \overline{mn} = e$  și  $\overline{a'b'} \cap \overline{m'n'} = e'$ , unde  $e'$  este proiecția pe planul [V] a punctului E, să se demonstreze grafic, în triplă proiecție ortogonală și în epură, că  $e''$  este proiecția pe planul lateral a punctului E și  $e, e', e''$  sunt proiecțiile corespunzătoare punctului  $E = \overline{AB} \cap \overline{MN}$  (fig.6.3 și fig.6.4).

### 6.3. DREPTE SPAȚIALE DISJUNCTE (OARECARE)

Două drepte spațiale sunt disjuncte dacă au un punct aparent de intersecție. Se consideră dreptele  $\overline{D}_1 = \overline{AB}$  și  $\overline{D}_2 = \overline{MN}$ . Cunoscând că  $\overline{ab} \cap \overline{mn} = e$  și  $\overline{a'b'} \cap \overline{m'n'} = f'$ , să se construiască imaginea intuitivă a dreptelor, precum și proiecția acestora pe planul lateral (fig.6.5 și fig.6.6).

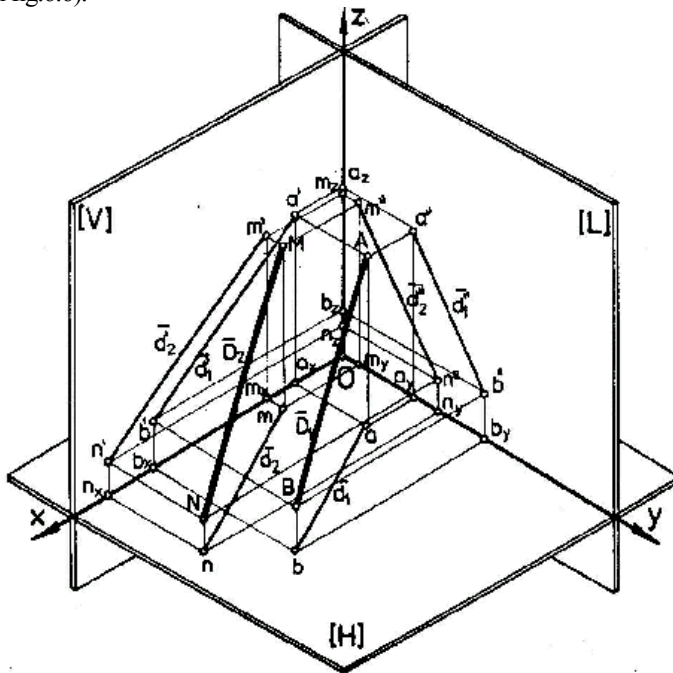


Figura 6.1

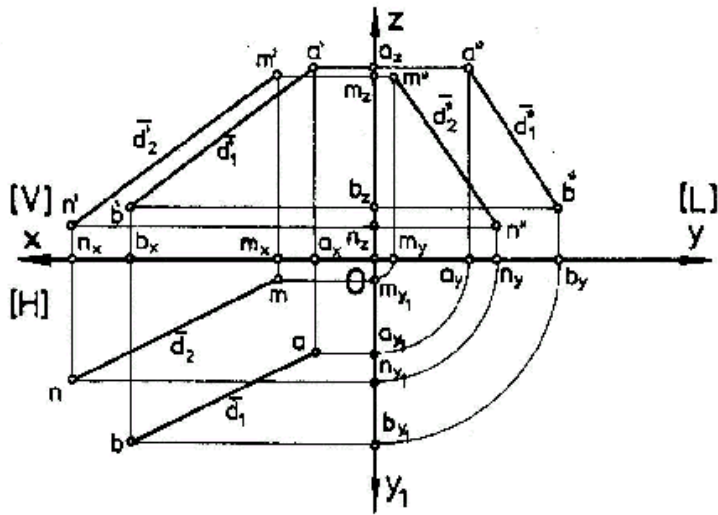


Figura 6.2

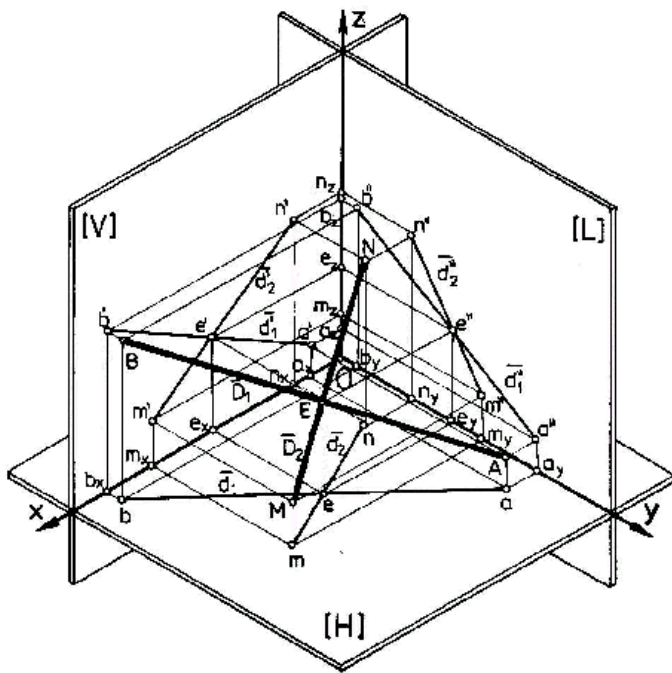


Figura 6.3

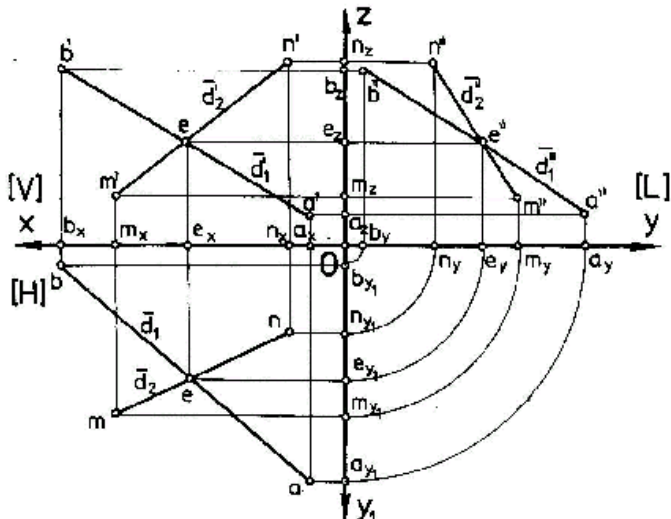


Figura 6.4

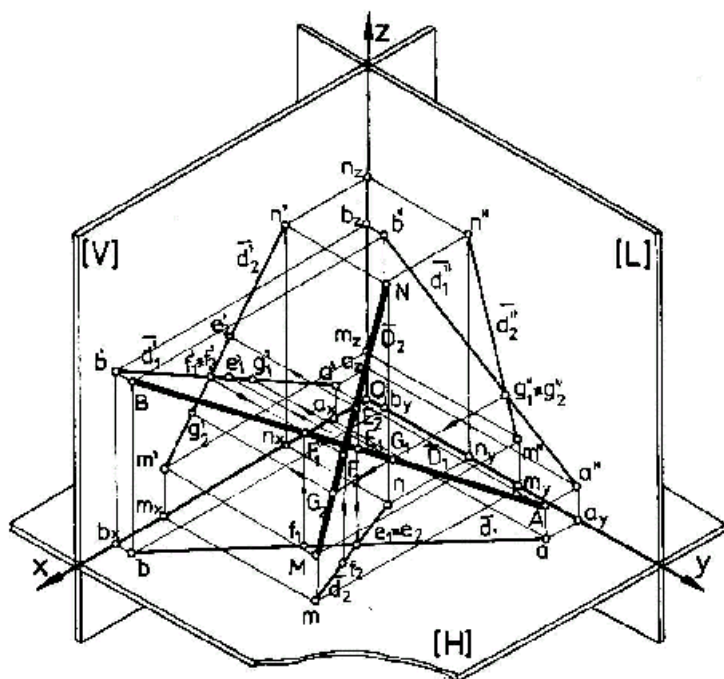


Figura 6.5

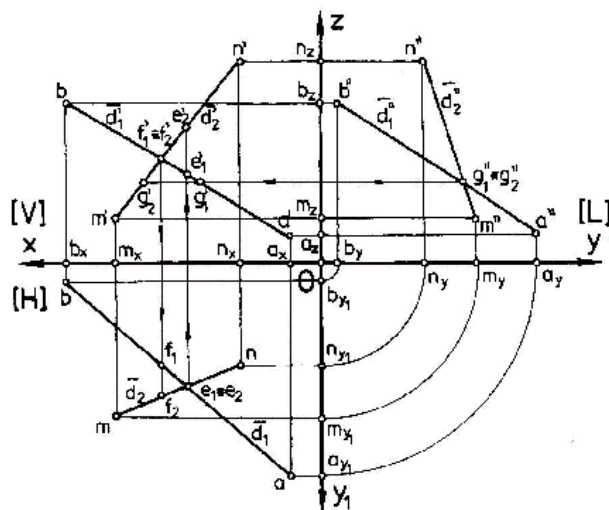
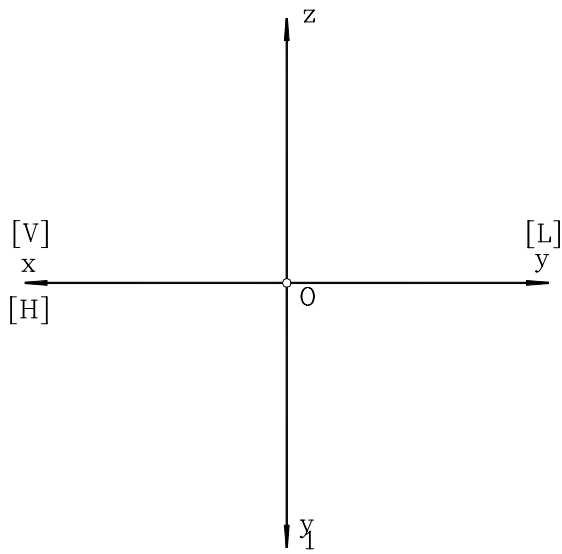
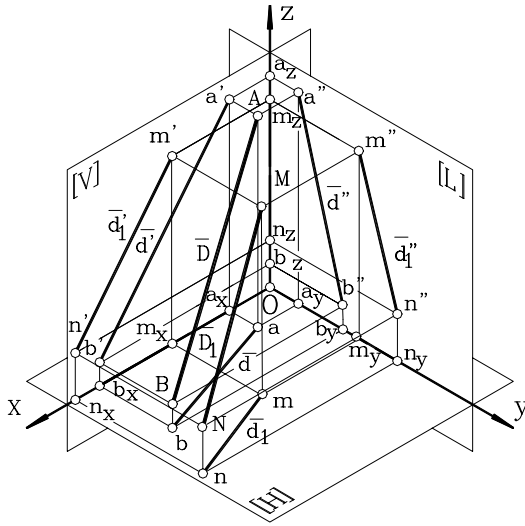


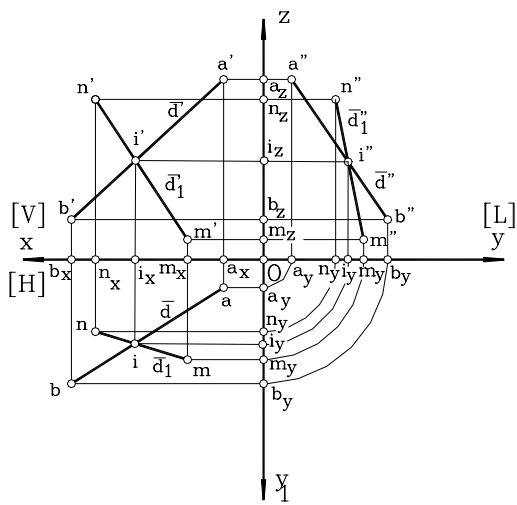
Figura 6.6

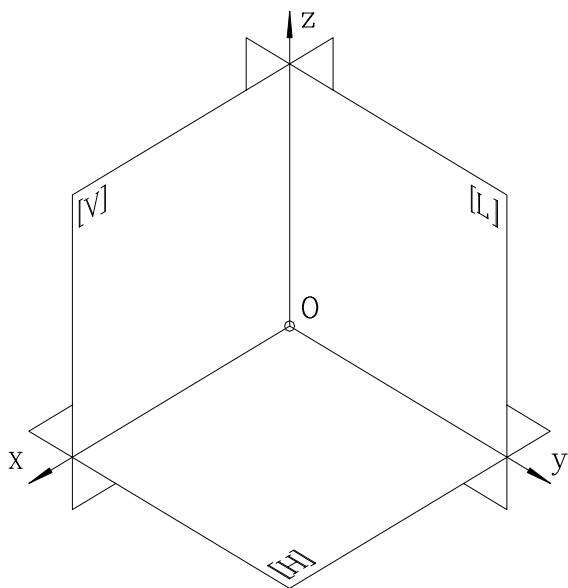
## 6.4. APLICAȚII:

1. Având dată imaginea axonometrică să se construiască epura:



2. Având dată imaginea în epură să se construiască imaginea axonometrică:







# PLANUL ÎN GEOMETRIA DESCRIPTIVĂ

## 7.URMELE PLANULUI

### 7.1.DETERMINAREA URMELEOR UNUI PLAN OARECARE ÎN IMAGINE INTUITIVĂ ȘI ÎN EPURĂ

Prin analogie cu urmele drepte, urmele planului reprezintă dreptele de intersecție dintre un plan spațial și planele de proiecție. Se consideră planul [P] oarecare. Dreptele de intersecție ale acestuia cu planele de proiecție (urmele planului) se notează cu  $P_H, P_V, P_L$ .

Să se determine proiecțiile acestor urme în imagine intuitivă și în epură (fig.7.1,fig.7.2). Dacă planul [P] se consideră înclinat față de planul [H], atunci intersecția dintre acest plan și planele de proiecție formează, în primul triedru de proiecție, un triunghi ale cărui laturi sunt urmele planului, vizibile în acest triedru.

Imaginea intuitivă (fig.7.1) se obține în următoarea succesiune:

$$[P] \cap [H] = P_H (p_h, p_h', p_h'')$$

$$P_H \cap O_x = P_x \equiv p_x \equiv p_x''$$

$$P_H \cap O_y = P_y \equiv p_y \equiv p_y''$$

$$[P] \cap [V] = P_V (p_v, p_v', p_v'')$$

$$P_V \cap O_x = P_x \equiv p_x \equiv p_x''$$

$$P_V \cap O_z = P_z \equiv p_z' \equiv p_z''$$

$$[P] \cap [L] = P_L (p_l, p_l', p_l'')$$

$$P_L \cap O_y = P_y \equiv p_y \equiv p_y''$$

$$P_L \cap O_z = P_z \equiv p_z' \equiv p_z''$$

Se observă că:  $p_z \equiv p_y' \equiv p_x'' = 0$ .

Așadar, proiecțiile urmelor planului vor fi (fig.7.1) :

$$p_h \equiv P_H, p_h' = Op_x \equiv p_v, p_h'' \equiv Op_y \equiv p_l$$

$$p_v' \equiv P_V, p_v'' = Op_z \equiv p_l', p_l'' \equiv P_L.$$

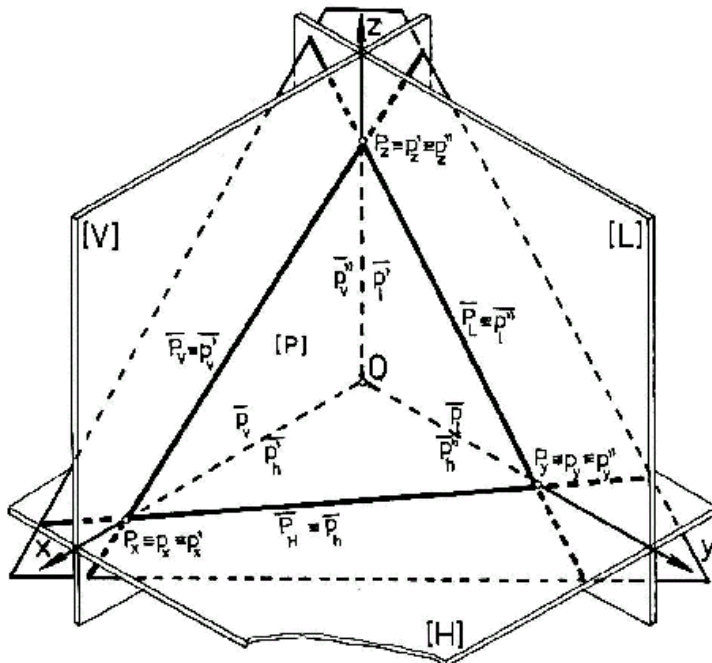


Figura 7.1

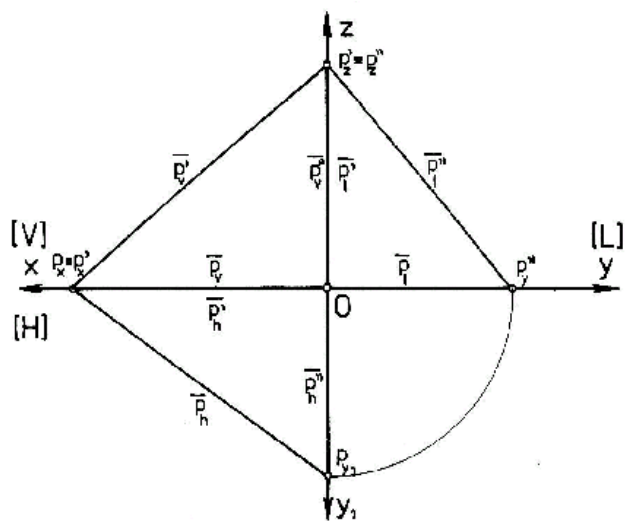
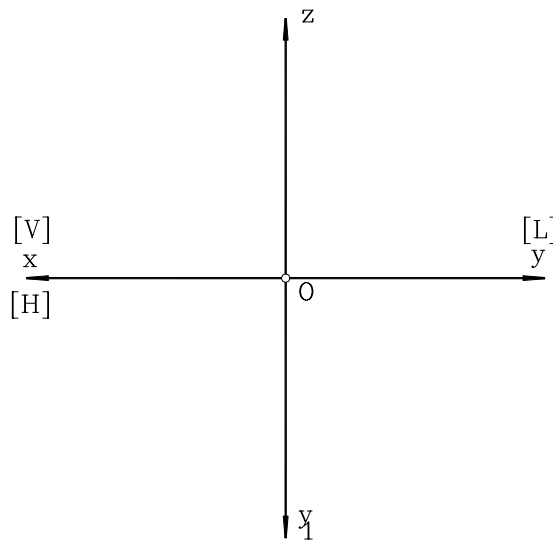
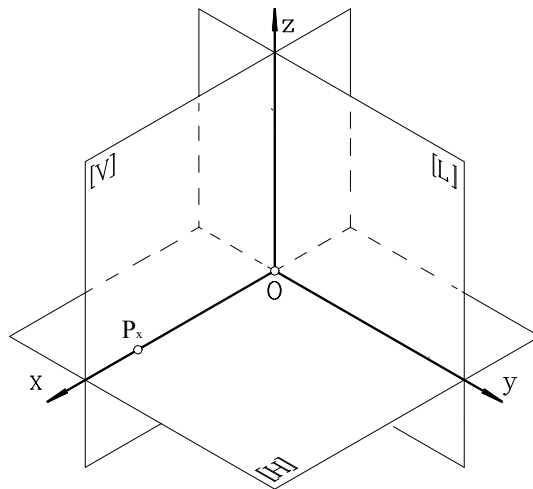


Figura 7.2

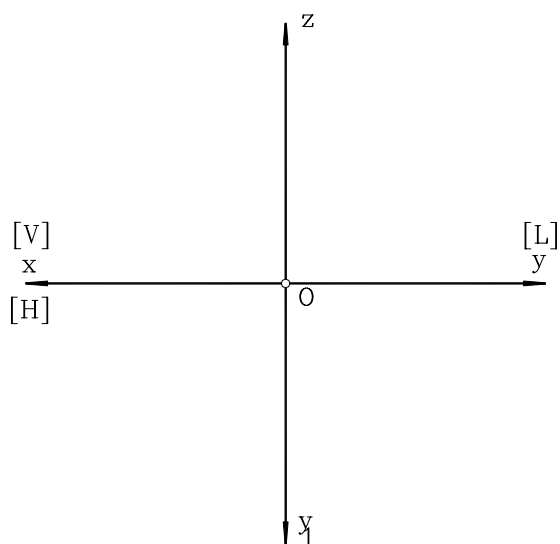
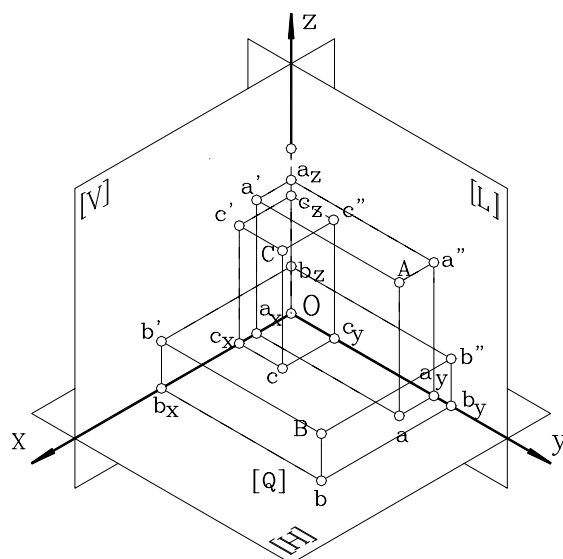
Pentru construcția epurei urmelor planului se aleg punctele  $p_x \equiv p_x'$ ,  $p_z' \equiv p_z''$  și  $p_{y1}$  care, rabătut, constituie punctul  $p_y''$ , după care, prin proiectarea elementelor cunoscute, se obține proiecția urmelor planului (fig.7.2).

### 7.2. APLICAȚII

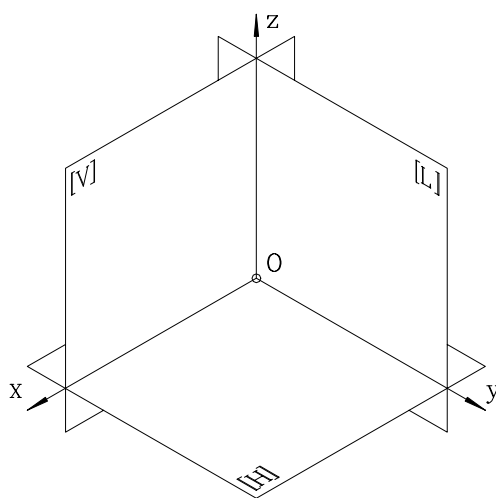
1. Care este relația între coordonatele punctelor de intersecție ale urmelor unui plan oarecare [P], astfel încât triunghiul format de aceste urme, în primul triedru de proiecție, să fie echilateral ?
2. Un plan oarecare [Q] se află în triedrul II de proiecție. Să se reprezinte elementele geometrice ale acestui plan ( urmele planului, proiecțiile acestora, punctele de intersecție dintre aceste urme și proiecțiile lor), în imagine axonometrică și în epură.
3. Se cunosc planele [P] și [Q] oarecare, dispuse, primul în triedrul I de proiecție, al doilea în triedrul IV. Să se reprezinte, în imagine axonometrică și în epură, aceste două plane, cunoscând că  $P_z = -Q_z$ ,  $P_x = Q_x$  și  $P_y = Q_y$ .
4. Cunoscând punctul  $P_x(70,0,0)$  să se construiască urmele planului P astfel încât urma orizontală să facă cu axa Ox un unghi de  $30^\circ$  iar urma verticală să facă cu axa Oz un unghi de  $35^\circ$ . Reprezentarea se va efectua în imagine intuitivă și în epură.



5. Să se determine urmele planului definit de punctele A, B, C.



6. Având dată reprezentarea în epură să se construiască imaginea axonometrică.





## 8. POZIȚII PARTICULARE ALE UNUI PLAN FAȚĂ DE PLANELE DE PROIECȚIE

### 8.1. PLAN PARALEL CU UN PLAN DE PROIECȚIE

#### 8.1.1. CONSTRUCȚIA PROIECȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ȘI ÎN EPURĂ

Un plan este paralel cu un plan de proiecție dacă toate elementele geometrice cuprinse în acest plan au aceeași cotă, dacă planul este paralel cu planul [H], aceeași depărtare, dacă planul este paralel cu planul [V] și aceeași abscisă, dacă planul este paralel cu planul [L].

Se consideră planul [P] paralel cu planul [H]. Ca o consecință a definiției anterioare, rezultă că urmele sale cu celelalte două plane de proiecție sunt paralele cu planul orizontal de proiecție și, ca urmare, cu axele de coordonate  $Ox$ , respectiv  $Oy$  (fig.8.1). Adică :

$$P_V \parallel [H] \Rightarrow P_V \parallel Ox \Rightarrow P_V \perp [L]$$

$$P_L \parallel [H] \Rightarrow P_L \parallel Oy \Rightarrow P_L \perp [V]$$

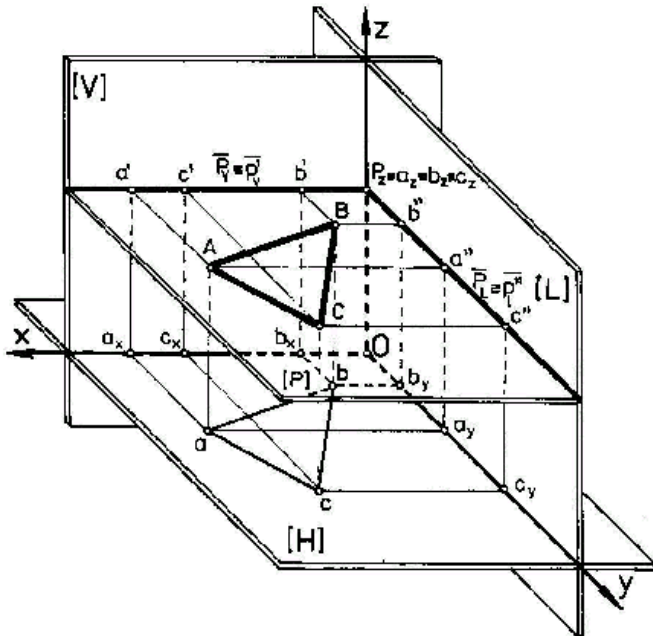


Figura 8.1

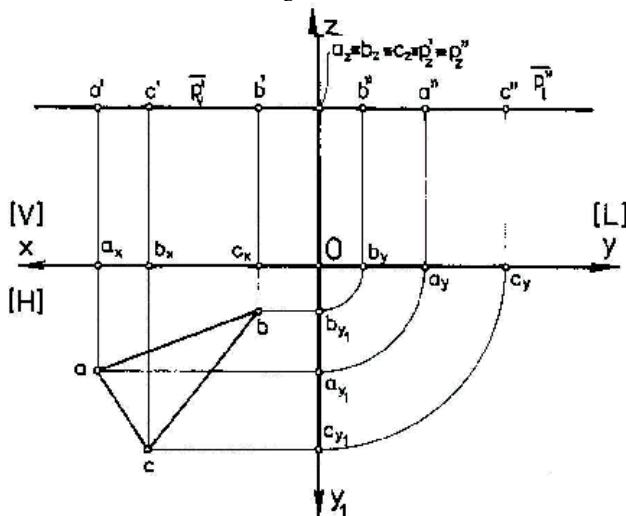


Figura 8.2

Fie punctele  $A, B, C \in [P]$  care formează triunghiul  $ABC$ . Să se demonstreze că figurile plane cuprinse în acest plan se proiectează în adevărată mărime pe planul cu care se află în relație de paralelism. Pentru aceasta se va demonstra grafic că triunghiul  $ABC$  este egal cu triunghiul  $abc$ , sau că  $AB=ab$ ,  $AC=ac$  și  $BC=bc$ . Demonstrația este redată în figurile 8.1 și 8.2.

Se observă că mulțimea punctelor situate în planul  $[P]$ , deci și  $A, B, C$ , se proiectează pe planele  $[V]$  și  $[L]$  pe urmele corespunzătoare ale planului  $[P]$  și aceasta poate fi considerată o altă consecință a relației de paralelism dintre un plan și planele de proiecție.

**8.1.2. APLICAȚII**

1. Se consideră două drepte  $D_1 = AB \in [V]$  ( $A \equiv a', B \equiv b'$ ) și  $D_2 = MN \in [L]$  ( $M \equiv m'', N \equiv n''$ ). Dacă  $D_1 \parallel [H]$  și  $D_2 \parallel [H]$ , iar  $a_z \equiv m_z$ , să se reprezinte planul  $[P]$  care are urmele  $D_1$  și  $D_2$  cu planele  $[V]$ , respectiv  $[L]$  (în imagine axonometrică și în epură).
2. Pe dreptele  $D_1$  și  $D_2$  din aplicația precedentă se află proiecțiile:  $e'$  și  $e''$ , respectiv  $f'$  și  $f''$ . Să se demonstreze grafic (în imagine axonometrică și în epură) că figura geometrică plană  $[ABCDEF]$  poate fi minimum un patrulater și maximum un hexagon neregulat. Care sunt condițiile ca hexagonul definit de vârfurile  $A, B, C, D, E$  și  $F$  să fie un hexagon regulat ?
3. Se consideră cunoscute punctele  $A(a_x, a_y)$ ,  $B(b_x, b_y)$  și  $C(c_x, c_y)$ . Dacă  $a_z \equiv b_z \equiv c_z$ , să se reprezinte planul  $[P]$  definit de aceste puncte (în imagine axonometrică și în epură). Cu care dintre planele de proiecție este paralel planul  $[P]$ ?

**8.2. PLAN PERPENDICULAR PE UN PLAN DE PROIECȚIE**

**8.2.1. CONSTRUCȚIA PROIECȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ȘI ÎN EPURĂ**

Un plan este perpendicular pe un plan de proiecție dacă toate elementele geometrice cuprinse în acest plan se proiectează pe urma rezultată din intersecția planului cu acel plan de proiecție. Celelalte două urme sunt și ele perpendiculare pe planul de proiecție. În consecință (fig.8.3, fig.8.4), celelalte două urme sunt, de asemenea, perpendiculare pe același plan de proiecție, adică:

$$[Q] \perp [V] \Rightarrow Q_H \perp [V] \text{ și } Q_L \perp [V]$$

de unde rezultă :

$$Q_H \parallel Q_L \parallel O_y.$$

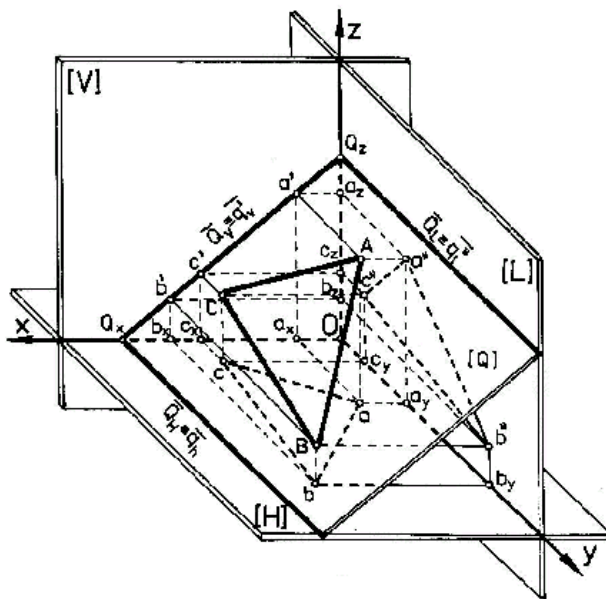


Figura 8.3

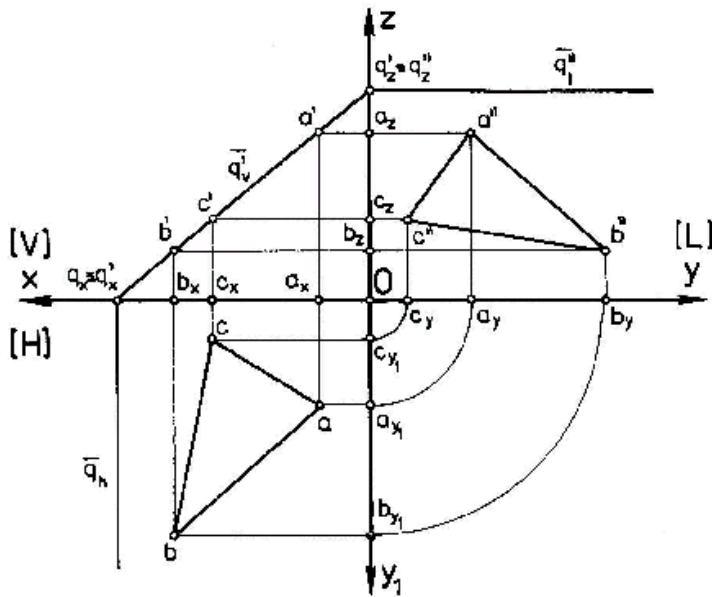


Figura 8.4

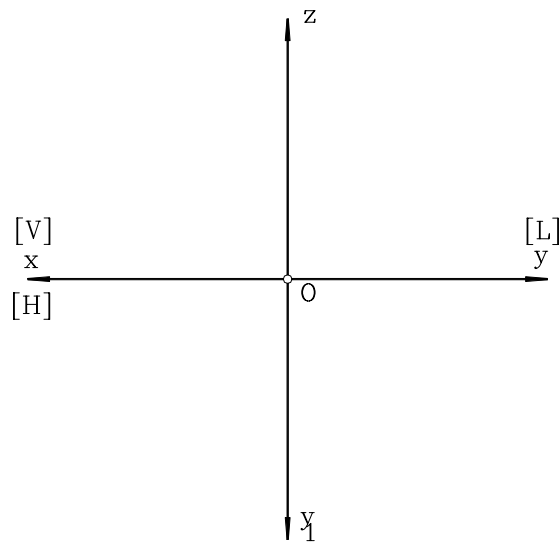
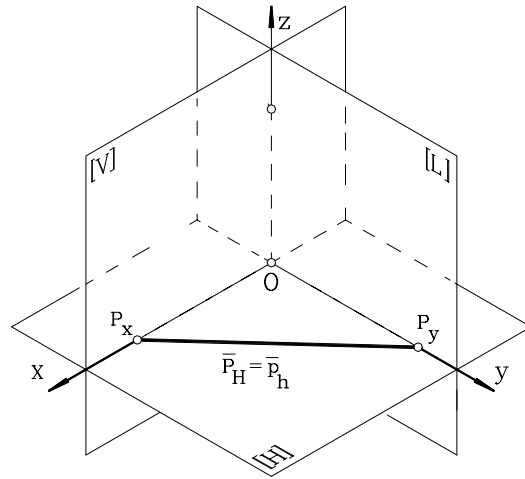
Se consideră planul  $[Q]$  perpendicular pe planul vertical de proiecție și fie punctele  $A, B, C$  care formează triunghiul oarecare  $ABC$ . Să se demonstreze grafic că proiecțiile triunghiului pe planele  $[H]$  și  $[L]$  diferă față de mărimea triunghiului spațial; acestea putând fi egale între ele, dar diferite de mărimea reală, numai dacă unghiul dintre urma  $P_v$  și axa  $Ox$  este de  $45^\circ$ , sau unghiul dintre  $[Q]$  și  $[H]$  este  $45^\circ$ .

Triunghiul  $ABC$  este diferit de triunghiul  $abc$  și de triunghiul  $a''b''c''$ , pentru un unghi, format de planele  $[Q]$  și  $[H]$ , diferit de  $45^\circ$ ; triunghiul  $ABC$  este diferit de triunghiul  $abc$ , dar egal cu triunghiul  $a''b''c''$ , dacă unghiul format de planele  $[Q]$  și  $[H]$  este diferit de  $45^\circ$ .

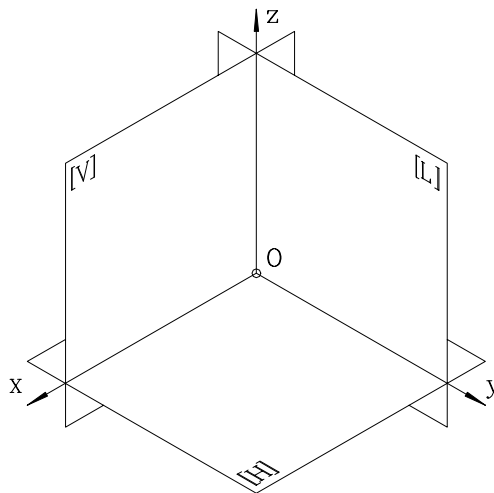
### 8.2.2.APLICAȚII

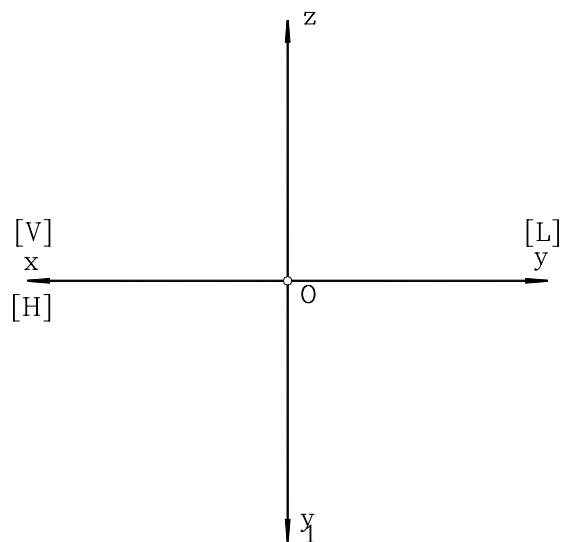
1. Se consideră un plan  $[Q]$  perpendicular pe planul vertical  $[V]$  de proiecție. Să se reprezinte un triunghi  $[ABC]$  care să aparțină acestui plan  $[Q]$ . Care sunt condițiile ce trebuie îndeplinite pentru ca proiecțiile triunghiului  $[ABC]$  pe planul orizontal  $[H]$  și lateral  $[L]$  de proiecție să aibă aria egală cu jumătate din aria triunghiului  $[ABC]$  (se va efectua construcția grafică în imagine axonometrică și în epură)?
2. Pe urma  $Q_v$  a planului  $[Q]$ , perpendicular pe planul vertical de proiecție  $[V]$ , se află proiecțiile  $a', b'$  și  $c'$ . Știind că  $a_y = c_y \neq b_y$  și  $b' \equiv c'$ , să se demonstreze grafic (în imagine axonometrică și în epură) că triunghiul  $[ABC]$  este dreptunghic și aparține planului  $[Q]$  (punctul  $B$  se alege de către executant, convenabil, respectând datele problemei).
3. Fie dreapta  $D_1 = AB$  oarecare, având proiecțiile cunoscute. Să se construiască un plan  $[P]$  care să conțină această dreaptă și să fie paralel cu planul lateral de proiecție  $[L]$ . Să se construiască un plan  $[Q]$  care să conțină această dreaptă și să fie perpendicular pe planul lateral de proiecție  $[L]$ .
4. Fie planul  $[Q]$ , perpendicular pe planul vertical de proiecție  $[V]$  și dreapta  $D=MN$  cuprinsă în acest plan. Să se determine urmele dreptei (punctele  $A, B$  și  $C$ ).
5. Să se construiască celelalte două urme ale planului  $P$  astfel încât acesta să fie perpendicular pe planul orizontal.



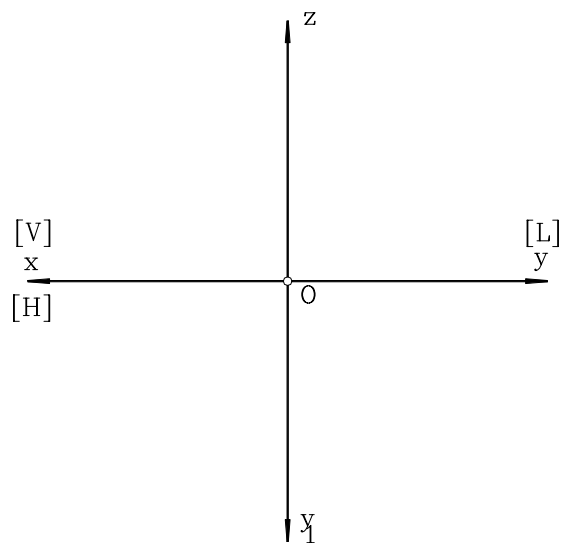
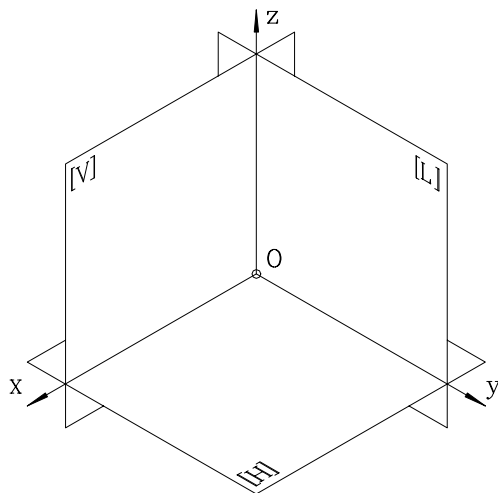


6. Să se construiască un plan paralel cu planul lateral de proiecție.





7. Să se construiască un plan paralel cu planul vertical de proiecție.



## 9. POZIȚII RELATIVE A DOUĂ PLANE SPAȚIALE

### 9.1. CONSTRUCȚIA PROIECȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ȘI ÎN EPURĂ

Două plane oarecare pot fi paralele între ele, sau concurente.

#### 9.1.1 Plane spațiale paralele

Două plane oarecare sunt paralele dacă au urmele de același fel paralele între ele (fig.9.1, fig.9.2). Dacă două plane paralele sunt intersectate cu al treilea plan, dreptele rezultate din această intersecție vor fi paralele între ele.

Se consideră planele  $[P] \parallel [Q]$ , fiind vizibile în primul triedru de proiecție, urmele  $P_V \parallel Q_V$ ,  $P_H \parallel Q_H$  și  $Q_L$ . Să se demonstreze, în epură, că  $p''_1 \parallel q''_1$ .

La construcția epurei se vor avea în vedere următoarele relații pentru planul  $[P]$  și, similar, pentru planul  $[Q]$ :

$$\begin{aligned} p_h \cap O_x &= p_x & p'_v \cap O_x &= p_x & p''_1 \cap O_y &= p_y \\ p_h \cap O_y &= p_{y1} & p'_v \cap O_z &= p_z & p''_1 \cap O_z &= p_z \end{aligned}$$

#### 9.1.2. Plane spațiale concurente

Două plane  $[P]$  și  $[Q]$ , concurente, se intersectează după o dreaptă  $D$  și formează între ele un unghi  $\alpha$ . Dreapta  $D(d, d')$  aparține celor două plane și are urmele situate pe urmele corespunzătoare ale celor două plane (fig.9.3, fig.9.4).

#### Observații

- epura construcției grafice conține și proiecția laterală a dreptei de intersecție (fig.9.4);
- pentru o construcție ușoară a epurei, la început se construiesc urmele planelor  $[P]$  și  $[Q]$ , după care se proiectează punctele caracteristice ale dreptei.

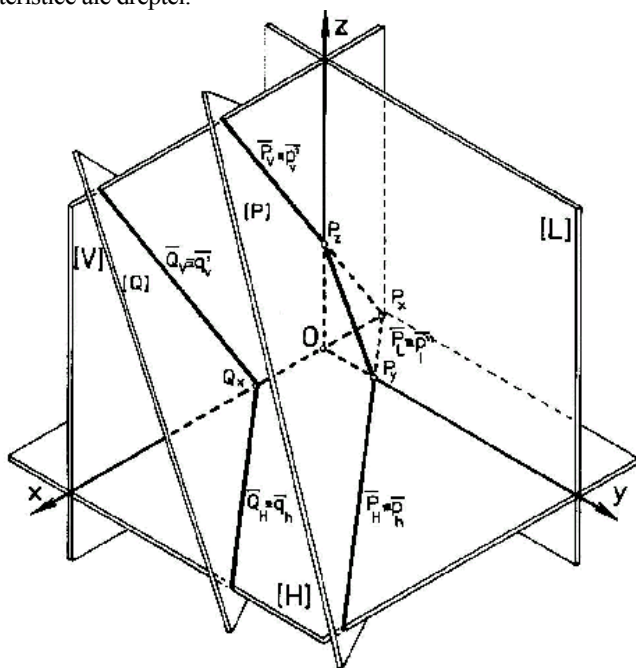


Figura 9.1

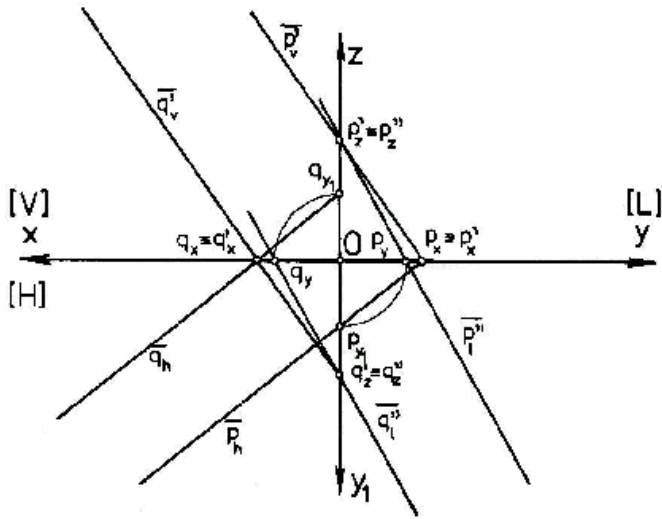


Figura 9.2

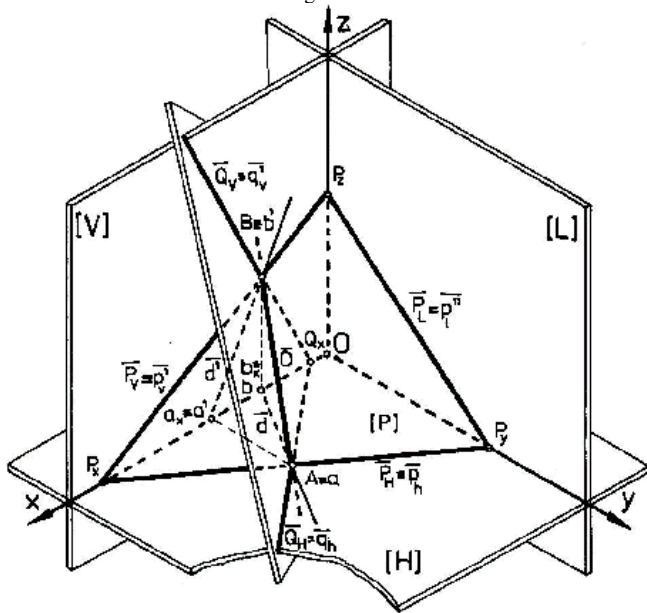


Figura 9.3

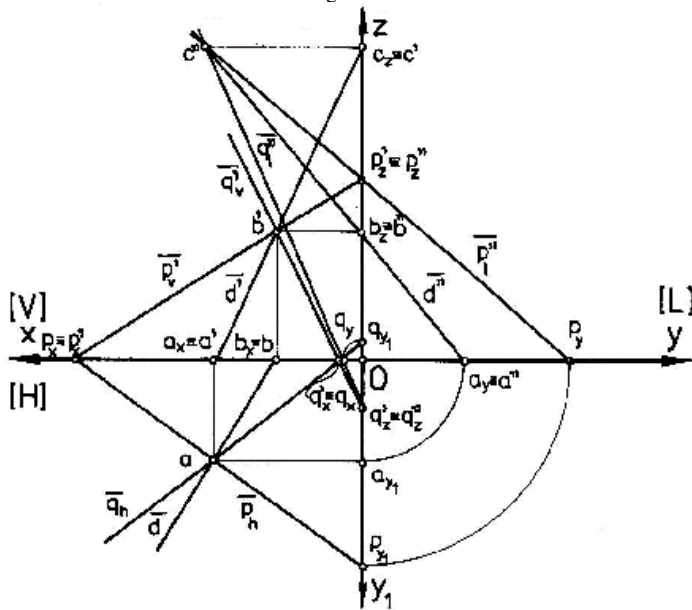


Figura 9.4

## 9.2. APLICAȚII

1. Se consideră planele  $[P]$  și  $[Q]$  paralele între ele. Fie dreptele  $D = AB \in [P]$  și  $D_1 = MN \in [Q]$ , paralele cu urmele:  $D \parallel P_H$  și  $D_1 \parallel Q_H$ . Să se demonstreze grafic, în imagine axonometrică și în epură, că, dacă  $AB = MN$ , atunci patrulaterul  $[ABCD]$  este un paralelogram și, în caz particular, un dreptunghi. Când această imagine plană este un pătrat?
2. Se consideră planul oarecare  $[P]$  situat în primul triedru de proiecție. Să se traseze un plan  $[Q]$ , paralel cu planul  $[P]$ . Fie triunghiul  $[ABC]$  situat în planul  $[P]$ . Să se proiecteze pe planul  $[Q]$  și, apoi, în imagine intuitivă și în epură, să se proiecteze cele două triunghiuri  $[ABC]$ , respectiv  $[A_1B_1C_1] (\in [Q])$ .
3. Fie urmele  $P_V \parallel Q_V$  ale planelor  $[P]$  și  $[Q]$ . Să se reprezinte, în imagine axonometrică și în epură, planele  $[P]$  și  $[Q]$ . Cunosând că dreapta  $D = AB$ , unde  $A \in P_H$  și  $B \in Q_H$ , este paralelă cu axa  $Ox$ , să se traseze dreptele  $D_1 = AE$  și  $D_2 = BF$ , unde  $E$  și  $F$  sunt urmele acestora pe planul vertical de proiecție  $[V]$ , dacă  $D_1 = D_2$ .
4. Având imaginea axonometrică să se construiască epura.

## 10.PUNCTUL SPAȚIAL ȘI DREAPTA SPAȚIALĂ, ÎN RELAȚIE CU UN PLAN OARECARE

### 10.1. DREAPTĂ ȘI PUNCT APARTINÂND UNUI PLAN OARECARE

O dreaptă spațială, în raport cu un plan spațial oarecare se poate afla în una din relațiile:

- dreaptă cuprinsă în plan și poate fi oarecare, (fig.10.1, fig.10.2), sau drepte particulare, ce pot fi horizontalele planului (fig.10.13, fig.10.14), verticalele planului (fig.10.15, fig.10.16), lateralele planului (fig.10.17, fig.10.18) și dreptele de cea mai mare pantă ale planului (fig.10.19, fig.10.20);
- dreaptă concurentă cu un plan spațial (fig.10.9, fig.10.10).

În continuare, dreptele particulare ale unui plan spațial sunt prezentate în subcapitolul 10.4.

#### 10.1.1. DREAPTĂ OARECARE CONȚINUTĂ ÎNTR-UN PLAN

O dreaptă aparține unui plan  $[P]$ , dacă urmele sale se situează pe urmele corespunzătoare ale planului.

Se consideră o dreaptă  $D = AB$ , unde  $A = D \cap [H]$  și  $B = D \cap [V]$ . Cunoscând urmele  $P_x P_y$ ,  $P_x P_z$ ,  $P_y P_z$  ale unui plan  $[P]$  și faptul că  $A$  aparține urmei horizontale, iar  $B$  aparține urmei verticale, să se demonstreze că urma  $C$  a dreptei, cuprinsă în planul lateral, se află pe urma laterală a planului  $[P]$ .

Demonstrația grafică este redată în figurile 10.1 și 10.2.

#### 10.1.2. PUNCT CARE APARTINE UNUI PLAN

Un punct aparține unui plan, dacă aparține unei drepte situată în acel plan. Se consideră un punct  $M$  pe o dreaptă  $D = AB$ , unde  $A$  și  $B$  sunt urmele dreptei cu planele  $[H]$  și  $[V]$ , iar dreapta aparține planului  $[P]$ . Să se demonstreze că punctul  $M$  aparține planului  $[P]$ . Demonstrația grafică este redată în figurile 10.3 și 10.4.

#### 10.1.3. APLICAȚII

1. Se consideră o dreaptă definită de două urme ale sale,  $A \in [H]$  și  $B \in [V]$ . Dacă dreapta  $D = AB$  aparține planului  $[P]$ , să se demonstreze grafic, în imagine axonometrică și în epură, că urma laterală a dreptei,  $C$ , aparține urmei laterale a planului  $[P]$ .
2. Fie un punct  $I \in D = AB \in [P]$ . Cunoscând proiecțiile  $i'$  și  $i''$  să se demonstreze grafic, în imagine axonometrică și în epură, că  $i \in d = ab$ .
3. Două puncte  $I (i, i')$  și  $J (j', j'')$ , aparțin dreptelor  $D = AB \in [P]$  și  $D_1 = MN \in [P]$ . Să se demonstreze grafic că dreapta  $D_2 = IJ$  aparține, de asemenea, planului  $[P]$ .
4. Fie dreapta  $D = AB$  și punctul  $M$  situat pe urma orizontală a planului  $[P]$ . Cunoscând urmele planului  $[P]$  și faptul că dreapta  $D$  aparține acestui plan ( $A \in [H]$ ,  $B \in [V]$ ), să se proiecteze, în imagine axonometrică și în epură, triunghiul  $[ABM]$ .
5. Un punct  $N$ , interior triunghiului  $[ABM]$  (v. probl. 4), aparține acestuia dacă dreapta  $BN$  intersectează planul orizontal  $[H]$  într-un punct  $I$ , aflat pe urma orizontală aplanului  $[P]$ . Să se demonstreze grafic - în imagine axonometrică și în epură - această afirmație.

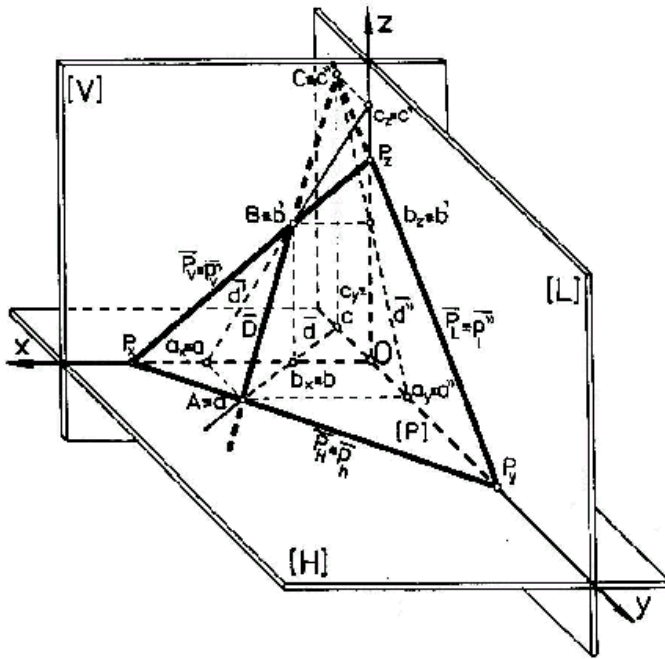


Figura 10.1

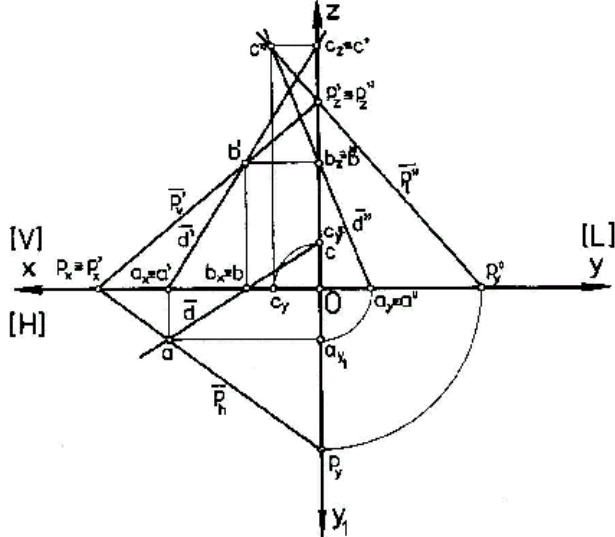
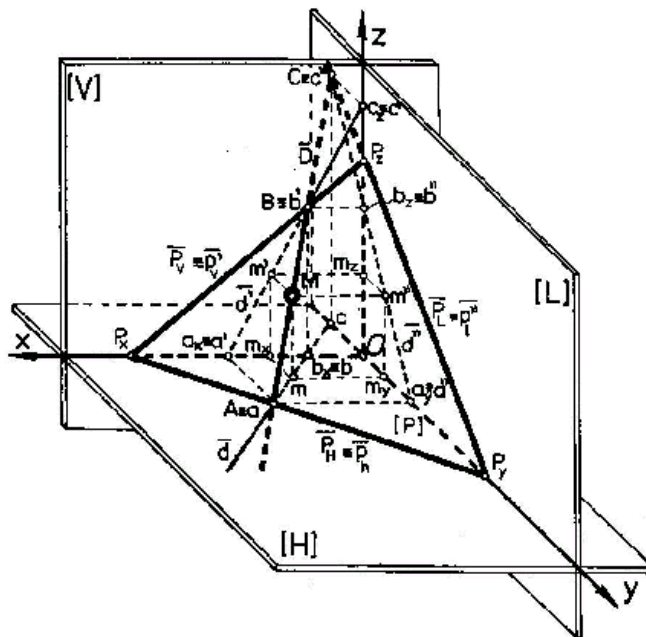


Figura 10.2



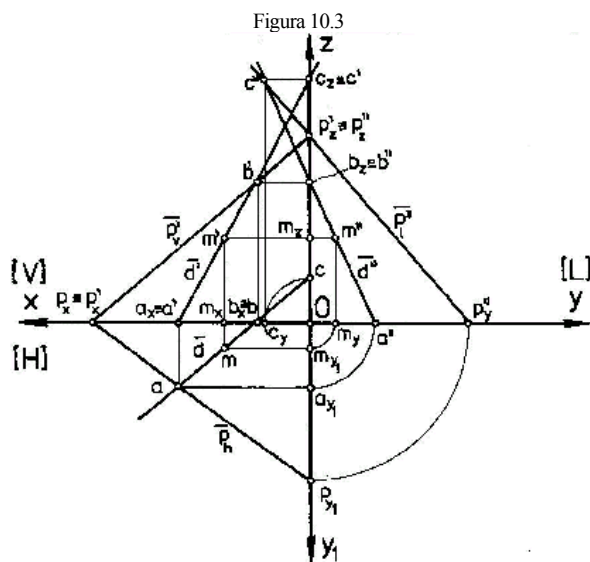


Figura 10.4

## 10.2.DETERMINAREA URMELOR UNUI PLAN ATUNCI CÂND SE CUNOSC ELEMENTELE GEOMETRICE CARE ÎL DEFINESC

### 10.2.1. CONSTRUCȚIA PROIECȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ȘI ÎN EPURĂ

Un plan este definit de trei puncte necoliniare, o dreaptă și un punct exterior acesteia, două drepte paralele, sau două drepte concurente.

Dacă planul se definește prin trei puncte necoliniare, atunci prin două dintre acestea se trasează o dreaptă, iar prin al treilea o a doua dreaptă, paralelă cu prima, sau concurentă cu prima.

Dacă planul se definește printr-o dreaptă și un punct exterior acesteia, prin acest punct se trasează a doua dreaptă, paralelă cu prima, sau concurentă cu aceasta. ășadar, din cele patru variante posibile, din punct de vedere al geometriei descriptive, acestea se reduc, practic, la două.

Se consideră dreptele  $D_1 = AB$  și  $D_2 = MN$ , unde  $A$  și  $M$ , sunt urmele dreptelor cu planul orizontal de proiecție  $[H]$ , iar  $B$  și  $N$ , sunt urmele dreptelor cu planul vertical de proiecție. Să se determine urmele planului  $[P]$  definit de aceste drepte, dacă relația spațială dintre acestea este de paralelism ( $D_1 \parallel D_2$ ). Demonstrația grafică este redată în figurile 10.5 și 10.6.

### 10.2.2. APLICAȚII

1. Să se determine și să se explice construcția grafică corespunzătoare, în cazul determinării urmelor unui plan, atunci când se cunosc  $D_1 = AB \parallel D_2 = MN$ , unde  $A, M \in [H]$ , iar  $B, N \in [V]$ . Să se determine urmele dreptelor  $D_1$  și  $D_2$  pe planul lateral  $[L]$ . Notând cu  $C$  și  $S$  aceste urme, să se demonstreze grafic că segmentul de dreaptă  $CS$  se suprapune peste urma laterală a planului  $[P]$ .
2. Fie dreapta  $D = AB$  o dreaptă oarecare, dată prin urmele ei,  $A \in [H]$  și  $B \in [V]$ . știind că proiecțiile  $a'$  și  $b'$  se află pe urma  $P_v \equiv p'_v$  a unui plan  $[P]$ , să se determine, în imagine axonometrică și în epură, urmele acestui plan. Ce fel de plan este planul  $[P]$  astfel definit?
3. Se consideră dreapta  $D = AB$ , o dreaptă oarecare, dată prin urmele ei,  $A \in [H]$  și  $B \in [V]$ . știind că  $Q_x \equiv a'$  și cunoscând faptul că punctul  $Q_v = Q_H \cap Q_L$ , iar  $B \in Q_v$ , să se determine planul  $[Q]$ . Uрма laterală,  $C$ , a dreptei  $D$  se află pe urma laterală a planului  $[Q]$  astfel determinat?



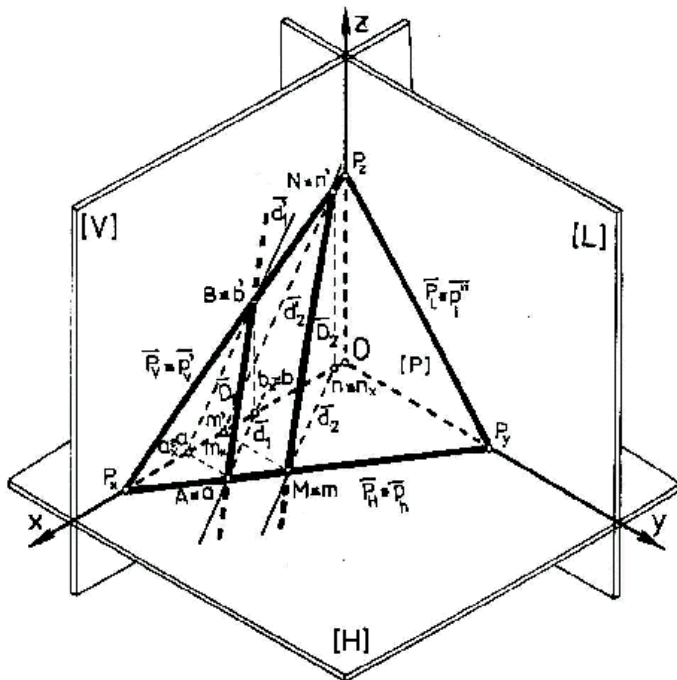


Figura 10.5

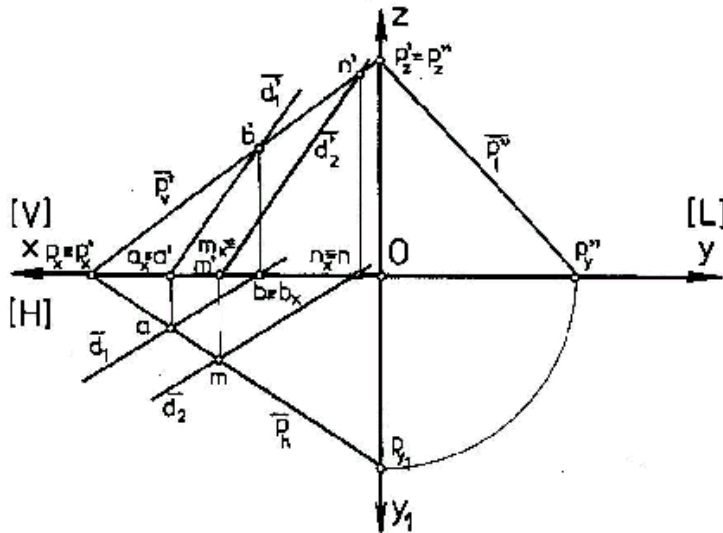


Figura 10.6

4. Fie punctele:  $A(a, a')$  situat în triedrul V de proiecție,  $B(b, b')$  în triedrul VI de proiecție și  $C(c, c')$  aflat în triedrul I de proiecție. Să se determine grafic planul  $[P]$  definit de aceste trei puncte necoliniare.
5. Să se construiască planul  $[Q]$  definit de punctele  $A(a, a')$ ,  $B(b, b')$  situate în triedrul II de proiecție și punctul  $C(c, c')$  aflat în triedrul V, punctele  $A, B, C$  fiind necoliniare.
6. Să se determine axonometric și în epură, urmele planului,  $[P]$ , cunoscând trei puncte necoliniare  $M, N, R$  care determină acest plan.

**MOD DE LUCRU**

Se vor respecta etapele de mai jos:

- se reprezintă axonometric cele trei plane, care definesc triedrul I de proiecție;
- se reprezintă elementele care determină planul, respectiv punctele  $M, N$  și  $R$ ,
- se reprezintă două drepte determinate de cele trei puncte, de exemplu  $NR$  și  $MR$ , notate cu  $D_1$  și  $D_2$  (drepte concurente),
- se determină urmele acestor drepte, folosind modul de lucru cunoscut din aplicațiile anterioare.

Rezultă, astfel:

$$\begin{aligned}
 A_1 &\equiv a_1, A_2 \equiv a_2, \\
 B_1 &\equiv b_1', B_2 \equiv b_2', \\
 C_1 &\equiv c_1'', C_2 \equiv c_2'',
 \end{aligned}$$

- unind proiecțiile orizontale ale urmelor celor două drepte, cu planul orizontal, rezultă urma orizontală a planului. Deci, unim  $a_1$  cu  $a_2$  și rezultă  $P_H = p_h$ ,
- unind proiecțiile pe planul vertical ale urmelor celor două drepte, rezultă urma verticală a planului. Deci, unim  $b_1'$  cu  $b_2'$  și rezultă  $P_V = p_v'$ ,
- unind proiecțiile pe planul lateral ale urmelor celor două drepte cu planul lateral de proiecție, rezultă urma laterală a planului. Deci, prin unirea punctului  $c_1''$  cu  $c_2''$ , rezultă  $P_L = p_l''$ .

Pentru verificarea corectitudinii construcției, trebuie ca punctele de intersecție ale urmelor planului să aparțină axelor:

$$P_H \cap P_V = P_x \in O_x,$$

$$P_V \cap P_L = P_z \in O_z,$$

$$P_L \cap P_H = P_y \in O_y;$$

În mod asemănător se va lucra și pentru construcția epurei urmelor planului  $[P]$ .

### EXEMPLU NUMERIC

Fie punctele  $M(29,16,8)$ ,  $N(8,35,7)$  și  $R(16,11,2)$ . Să se determine urmele planului  $[P]$  definit de aceste puncte, folosind două drepte concurente, definite de aceste puncte (fig.10.7 și fig.10.8). Să se determine coordonatele punctelor de intersecție ale acestor urme, cu axele de coordonate, adică:  $P_x$ ,  $P_y$ , și  $P_z$ .

Tabelul 10.1

Nr. variantei numerice		1	2	3	4	5	6
M	$m_x$	30	20	10	15	10	50
	$m_y$	40	20	10	20	30	20
	$m_z$	10	60	90	50	40	15
N	$n_x$	45	30	10	12	15	20
	$n_y$	20	30	30	48	45	48
	$n_z$	15	30	60	20	20	12
R	$r_x$	54	10	15	30	12	25
	$r_y$	16	40	25	20	54	20
	$r_z$	12	45	60	25	16	30

Pentru extinderea acestei aplicații, în tabelul 10.1 se află alte combinații de valori numerice pentru punctele  $M$ ,  $N$  și  $R$ .

## 10.3 DETERMINAREA PUNCTULUI DE INTERSECȚIE DINTRE O DREAPTĂ ȘI UN PLAN

### 10.3.1. CONSTRUCȚIA PROIEȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ȘI ÎN EPURĂ

Pentru rezolvarea unor probleme de secțiuni plane în corpuri geometrice, de intersecții de corpuri geometrice și altele asemenea, este foarte important să se cunoască modul în care se poate determina grafic punctul de intersecție dintre o dreaptă și un plan oarecare. Pentru aceasta se utilizează un plan auxiliar, care, de regulă, ocupă o poziție particulară față de planele de proiecție (perpendicular pe unul din planele de proiecție).

Fie dreapta  $D(d, d')$  care intersectează planul  $[P](p_h, p_v')$ . Să se determine punctul  $I(i, i')$  de intersecție. Pentru aceasta construim un plan auxiliar  $[Q](q_h, q_v')$  (fig.10.9, fig.10.10), perpendicular pe planul vertical  $[V]$ , care să conțină dreapta dată. Ca urmare, proiecția verticală a dreptei,  $d'$ , se suprapune peste urma verticală a planului  $[Q]$ , respectiv  $q_v'$ .

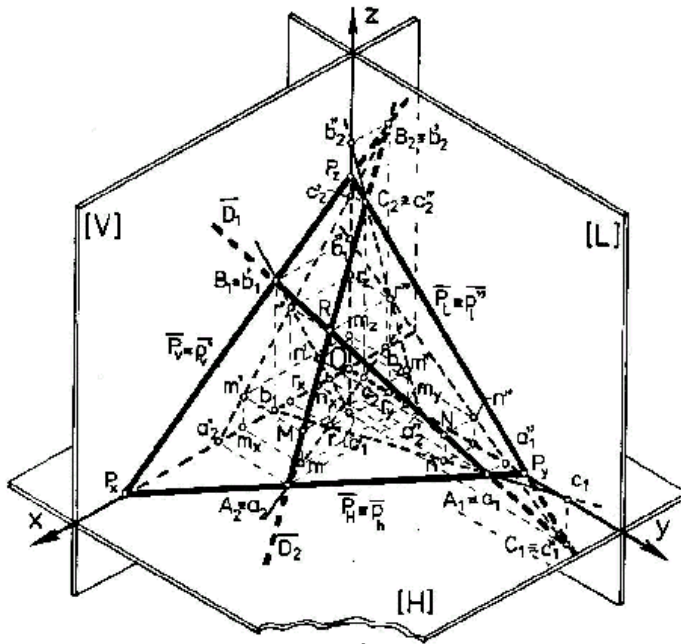


Figura 10.7

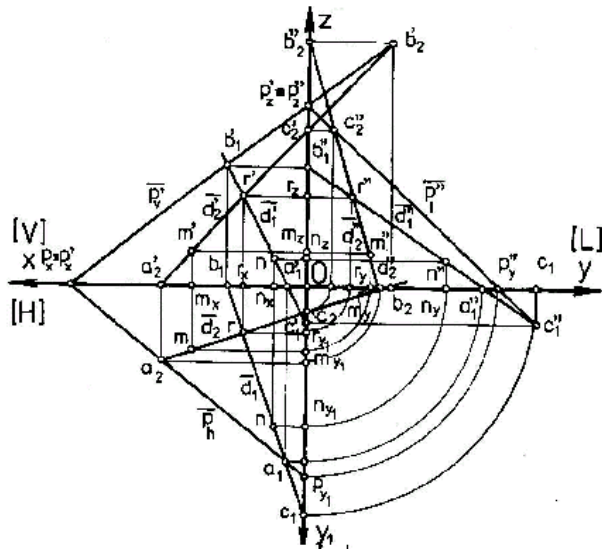


Figura 10.8

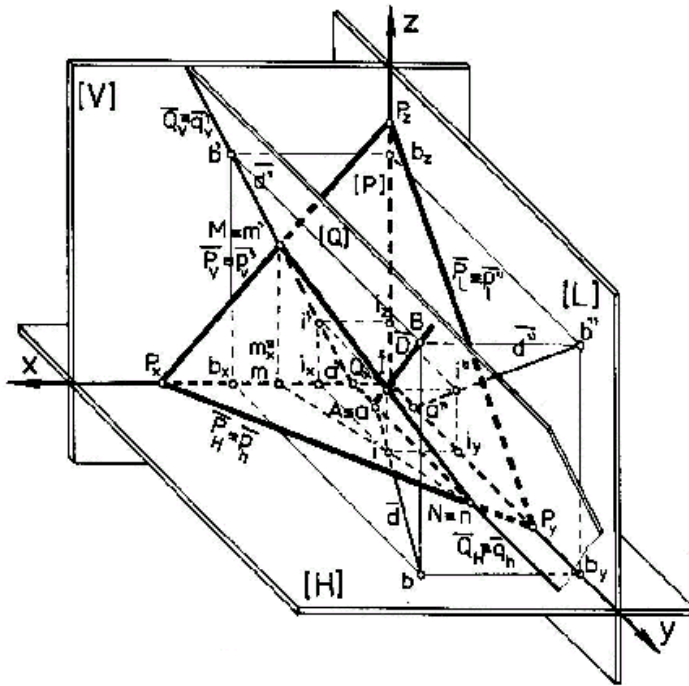


Figura 10.9

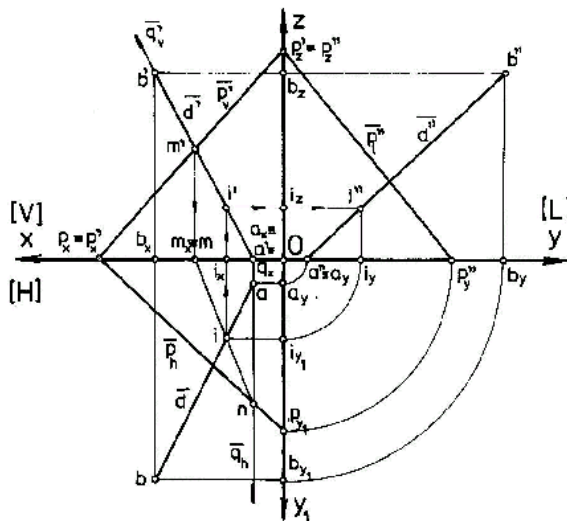


Figura 10.10

### Observație

Prin construirea planului auxiliar rezultă, din intersecția celor două plane, o dreaptă auxiliară, concurentă cu dreapta dată în punctul  $I(i, i')$ , punct în care dreapta considerată,  $D$ , intersectează planul dat  $[P(p_h, p_v)]$ .

### 10.3.2.APLICAȚII

1. Să se explice construcția grafică, în imagine intuitivă și în epură, a modului de determinare a punctului de intersecție dintre o dreaptă dată  $D = AB$  și un plan oarecare  $[P]$ .
2. Să se determine punctul de intersecție  $I(i, i')$  dintre un plan  $[P]$  definit de punctele  $A(a, a')$ ,  $B(b, b')$  și  $C(c, c')$ , unde primele două formează o dreaptă  $D = AB$  ( $A \in [H]$ ,  $B \in [H]$ ), iar punctul  $C \in [L]$ , dar nu aparține dreptei  $D$  (punctele  $A$ ,  $B$ , și  $C$  nu sunt coliniare) și dreapta  $D_1 = AC$ .
3. Se cunoaște punctul  $I(i, i')$  de intersecție dintre o dreaptă  $D = AB$  și un plan  $[P]$ , punct care, totodată, se află pe o dreaptă  $D_1 = MN$ . Să se construiască planul  $[Q]$ , auxiliar, corespunzător acestei situații date.
4. Se consideră planele  $[P]$  și  $[Q]$  care se intersectează după o dreaptă  $D_1 = MN$ . Planul  $[Q]$ , fiind un plan perpendicular pe unul din planele de proiecție (la alegerea celui care rezolvă această aplicație), să se proiecteze, în imagine axonometrică și în epură, aceste elemente geometrice spațiale. Fie punctul  $I \in D_1 = MN$ , să se traseze o dreaptă  $D = AB$  care intersectează planul  $[P]$  în acest punct.

5. Se consideră un număr de puncte **M, N, R**, care determină planul **[P]** și o dreaptă **D(d,d',d'')**, definită de punctele **E** și **F**. Să se determine coordonatele punctului de intersecție dintre dreapta **D** și planul **[P]**. Să se determine, de asemenea, și vizibilitatea în epură a dreptei.

**MOD DE LUCRU**

Se vor respecta etapele prezentate în continuare:

- Se reprezintă axonometric cele trei plane de proiecție,
- Se reprezintă punctele **M, N, R** și proiecțiile lor pe cele trei plane, rezultând, astfel, proiecțiile pe cele trei plane ale figurii geometrice determinate de cele trei puncte **M, N, R**,
- Se reprezintă punctele **E** și **F**, proiecțiile lor, și, prin unirea acestora, rezultă **d, d'** și **d''**,
- Se reprezintă planul auxiliar **[Q]** astfel încât să conțină dreapta **EF**, deci:

$$EF \in [Q],$$

- Pe planul de proiecție în care urma planului **[Q]** conține proiecția pe acel plan a dreptei **EF**, se obțin proiecțiile punctelor **I** și **II** adică punctele **1** și **2**.
- Având proiecțiile pe un plan ale punctelor **I** și **II**, vom obține celelalte proiecții, ținând cont de amplasarea lor pe laturile figurii geometrice plane (triunghiul **[ABC] ∈ [P]**) ( fig.10.11 și fig.10.12).
- Vom obține dreapta definită de punctele **I** și **II**, care aparțin, simultan, planelor **[P]** și **[Q]**. Pe această dreaptă se va afla punctul **I(i,i',i'')** de intersecție dintre dreapta **D** și planul **[P]**.
- Așadar, punctul de intersecție **I** se va afla la intersecția dreptelor menționate, deoarece acestea sunt coplanare.
- În etapa următoare se măsoară coordonatele punctului **I**, pe axele sistemului de referință **Oxyz**.
- Pentru determinarea în epură a punctului de intersecție **I**, se procedează în mod analog, iar problema cu privire la vizibilitate în epură, se rezolvă ținând cont de regulile prezentate în cadrul noțiunilor teoretice (v.cap.5).

**EXEMPLU NUMERIC**

Se consideră punctele **M(65,50,25)**, **N(45,20,10)** și **R(15,25,55)**, care determină planul **[P]** și punctele **E(70,5,50)**, respectiv **F(20,50,15)**, care definesc dreapta **D**.

Folosind un plan auxiliar **[Q] ⊥ [H]** (fig.10.11 și 10.12), să se determine coordonatele punctului de intersecție dintre dreapta **D** și planul **[P]**. Să se stabilească, de asemenea, vizibilitatea în epură a dreptei **D**.

În tabelul 10.2 sunt prezentate combinații de valori numerice care permit extinderea aplicației grafice.

Tabelul 10.2

Nr. variantei numerice		1	2	3	4	5	6
M	m <sub>x</sub>	75	65	35	62	60	55
	m <sub>y</sub>	50	50	60	24	15	18
	m <sub>z</sub>	15	25	20	11	10	38
N	n <sub>x</sub>	50	45	40	40	65	25
	n <sub>y</sub>	10	20	40	12	40	11
	n <sub>z</sub>	50	10	40	35	35	51
R	r <sub>x</sub>	10	10	55	47	25	19
	r <sub>y</sub>	30	25	35	46	40	38
	r <sub>z</sub>	5	55	60	8	40	9
E	e <sub>x</sub>	70	70	59	70	30	45
	e <sub>y</sub>	20	5	54	7	35	12
	e <sub>z</sub>	5	50	24	10	15	6
F	f <sub>x</sub>	5	20	38	25	60	12
	f <sub>y</sub>	50	50	37	34	60	31
	f <sub>z</sub>	60	15	53	40	65	45
Plan auxiliar		⊥[V]	⊥[H]	⊥[V]	⊥[V]	⊥[H]	⊥[V]

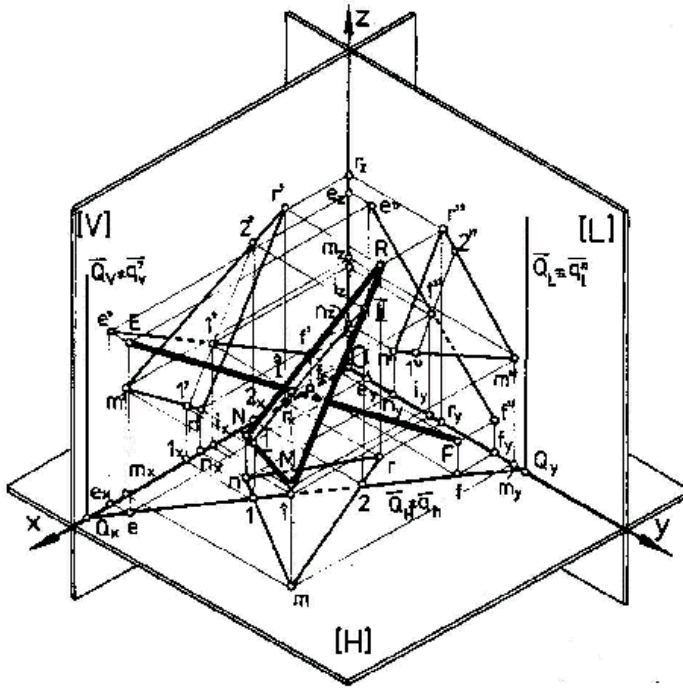


Figura 10.11

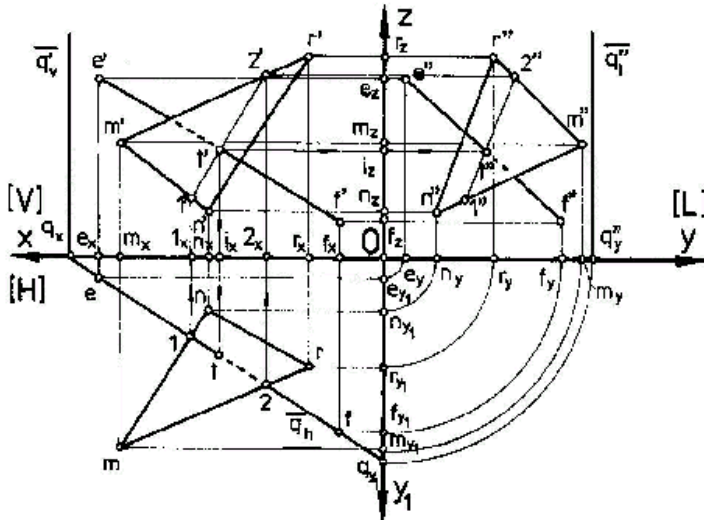


Figura 10.12

## 10.4. POZIȚII PARTICULARE ALE DREPTELOR CONȚINUTE ÎNTR-UN PLAN OARECARE. CONSTRUCȚIA PROIEȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ȘI ÎN EPURĂ

### 10.4.1. Orizontalele planului

Se consideră dreapta  $D = BC \in [P]$ , (fig.10.13, fig.10.14), paralelă cu urma orizontală a planului  $[P]$ , și conținută în acest plan. Să se demonstreze grafic că și proiecția dreptei pe planul orizontal de proiecție este paralelă cu urma orizontală a planului, iar celelalte două proiecții sunt paralele cu planul orizontal de proiecție.

### 10.4.2. Verticalele unui plan

Se consideră o dreaptă  $D = AC \in [P]$ , (fig.10.15, fig.10.16), conținută în planul  $[P]$  și paralelă cu planul vertical de proiecție. Să se demonstreze grafic că dreapta este paralelă cu planul, iar proiecția dreptei pe planul vertical este paralelă cu urma verticală a planului, în timp ce celelalte două proiecții sunt paralele cu planul vertical de proiecție.

10.4.3 Lateralele planului

Se consideră o dreaptă  $D = AB \in [P]$ , (fig.10.17, fig.10.18), aparținând planului oarecare  $[P]$  și paralelă cu urma laterală a acestuia. Să se demonstreze grafic că și proiecția dreptei pe planul lateral este paralelă cu urma laterală a planului, ca de altfel și celelalte două proiecții.

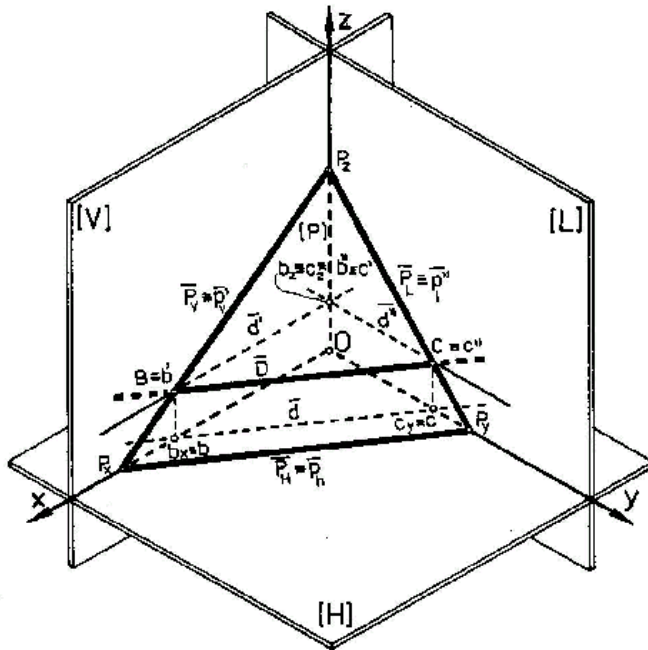


Figura 10.13

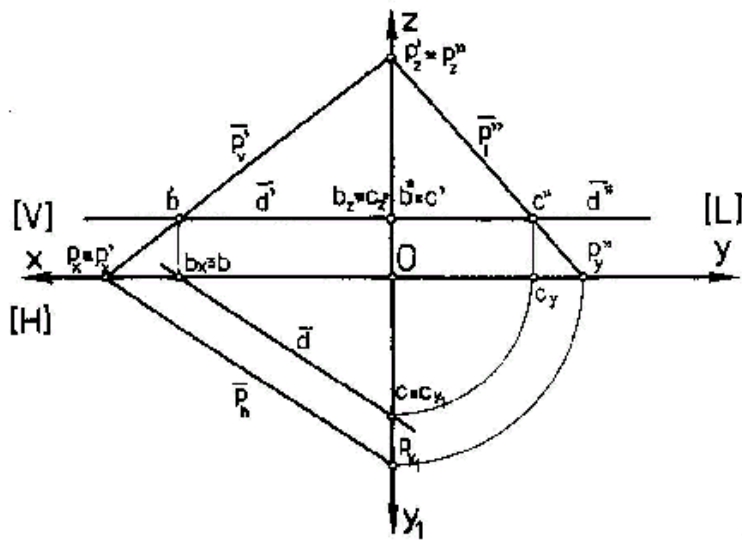


Figura 10.14

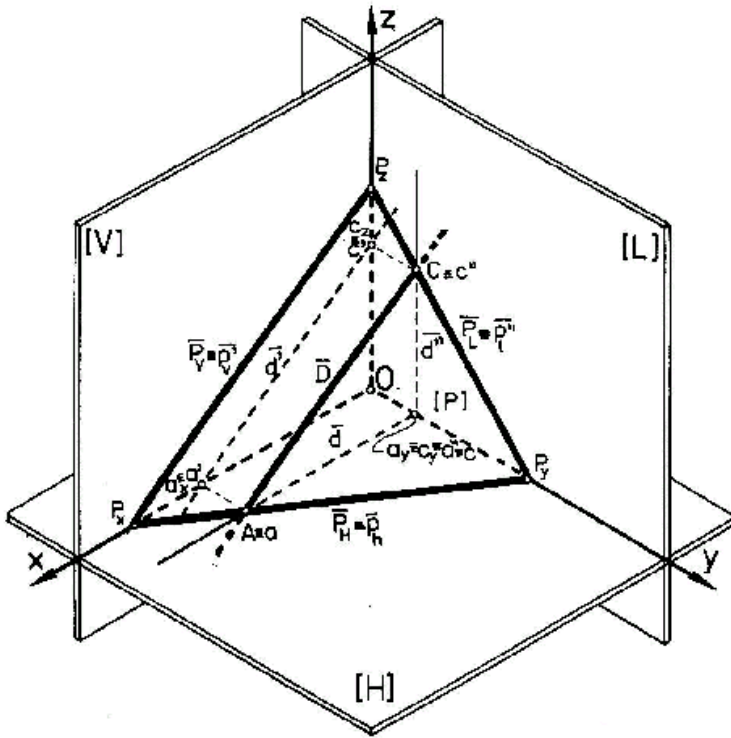


Figura 10.15

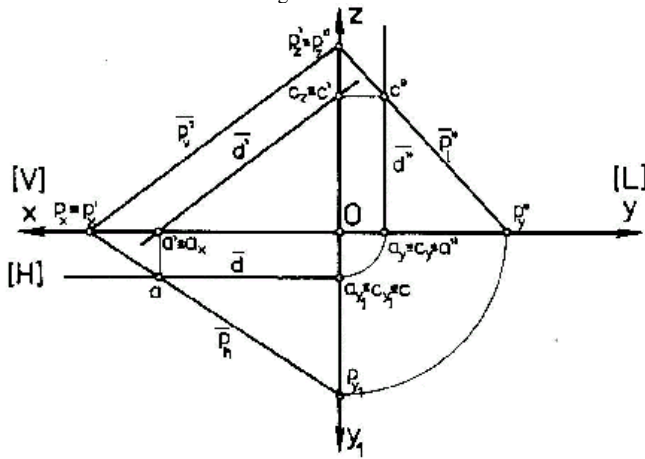
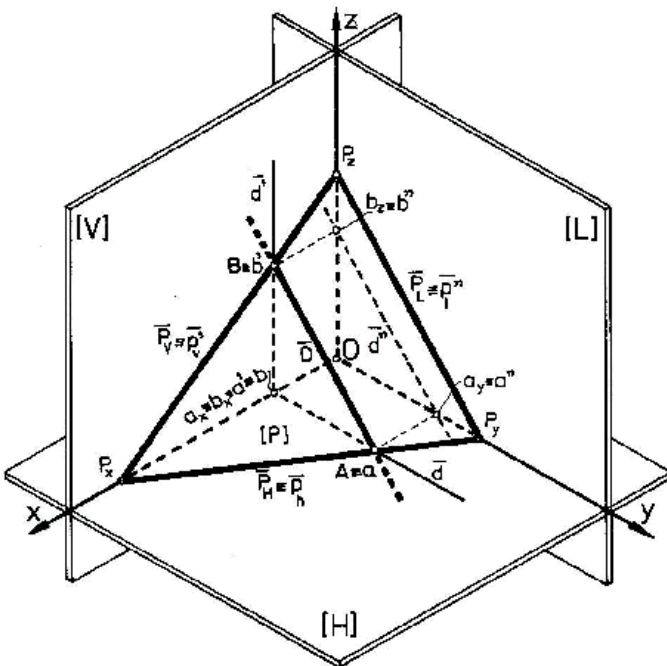


Figura 10.16





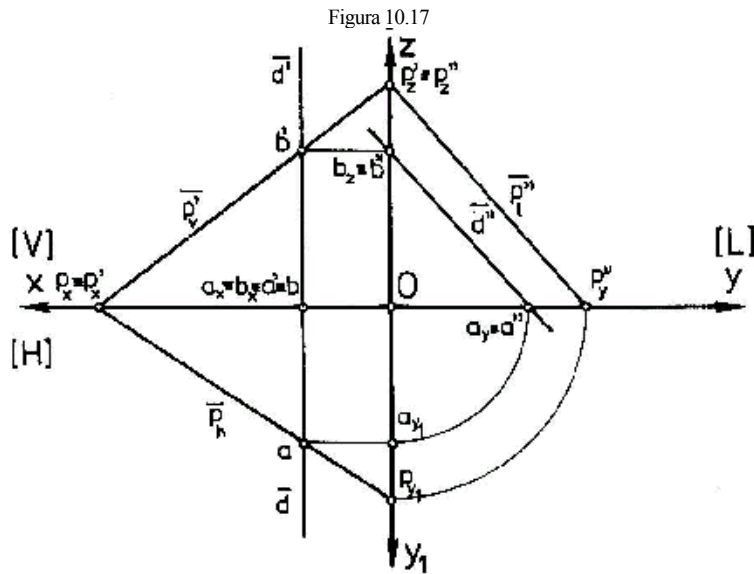


Figura 10.17

Figura 10.18

### 10.5. DREAPTA DE CEA MAI MARE PANTĂ A UNUI PLAN FAȚĂ DE UN PLAN DE PROIECȚIE. CONSTRUCȚIA PROIECȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ȘI ÎN EPURĂ

Dreapta de cea mai mare pantă a unui plan spațial oarecare, față de planele de proiecție, este dreapta cuprinsă în acel plan și care formează cel mai mare unghi, în raport cu unul din planele de proiecție.

Pentru a forma unghiul maxim, dreapta de cea mai mare pantă față de planul [H] de proiecție, este o dreaptă cuprinsă în planul [P] și perpendiculară pe urma orizontală a acestuia (fig.10.19, fig.10.20).

Construcția grafică se obține în următoarea succesiune:

- $AB \in [P] \Rightarrow A \in P_H$  și  $B \in P_L$ , cu condiția  $AB \perp P_H$
- se proiectează punctul B pe planul orizontal și rezultă b
- unghiul spațial maxim pe care planul [P] îl face cu planul orizontal este  $\angle BAb$
- se rabate punctul B în planul orizontal [H] și rezultă punctul B<sub>1</sub>, la intersecția arcului de cerc cu raza bb', cu dreapta dusă din punctul b și care formează, cu proiecția dreptei AB în planul orizontal, un unghi de 90°.

#### Observație

În figura 10.19 există următoarele relații între unghiuri:

$$\angle BAP_x = \angle BbA = \angle bAP_x = \angle AbB_1 = 90^\circ$$

$$\angle BAb = \angle baB_1 = \max. \angle [P][H].$$

Pentru determinarea în epură a unghiului maxim pe care planul [P] îl face cu planul orizontal, după trasarea proiecțiilor urmelor planului [P], se procedează astfel:

- fiind date  $p_v'$  și  $p_h$  alegem un punct oarecare a, aflat pe urma orizontală  $p_h$  și se trasează  $ab \perp p_h$ ;
- din punctul b se duce perpendiculara pe  $Ox$  și se determină, pe urma  $p_v'$ , punctul b' care se rabate în planul orizontal, obținând astfel, punctul b<sub>1</sub>, la intersecția arcului de cerc cu raza bb', cu dreapta dusă din punctul b și care formează un unghi de 90° cu proiecția dreptei ab de pe planul orizontal.

Unghiul maxim al dreptei de cea mai mare pantă, în adevărata mărime, este unghiul  $\angle bab_1$  (fig.10.20).

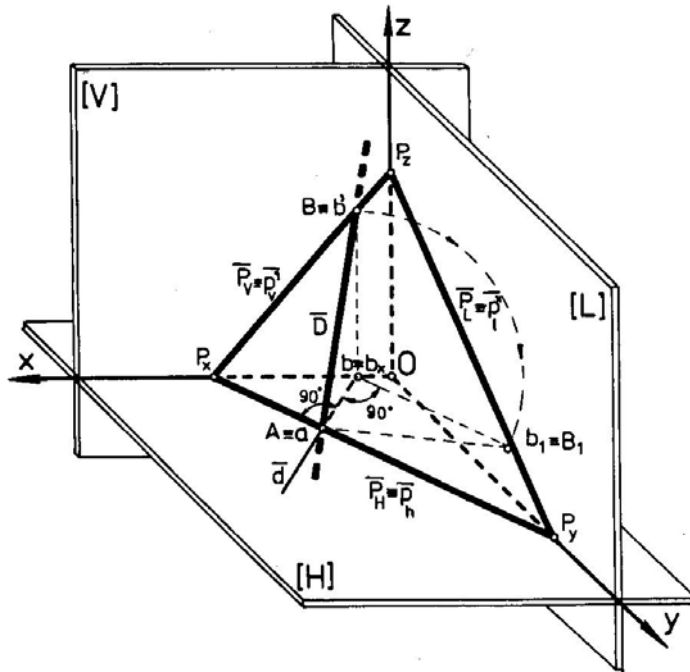


Figura 10.19

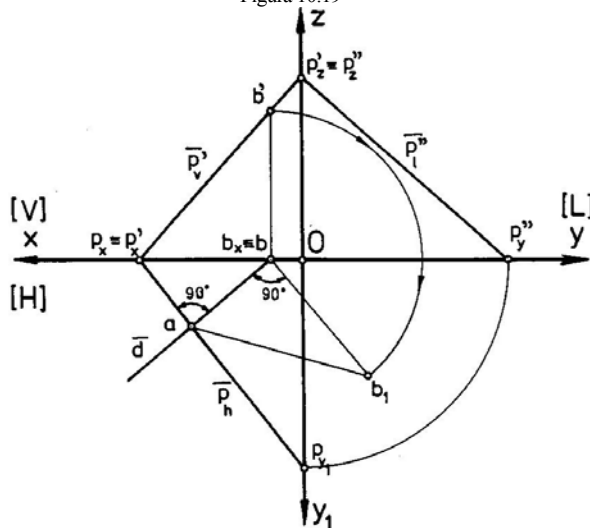
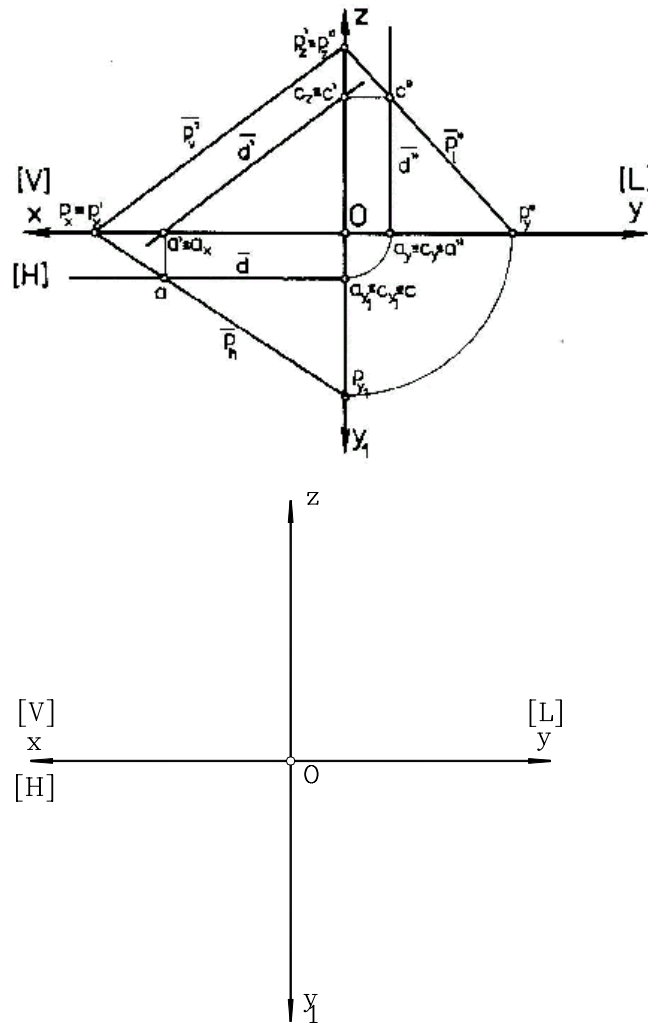


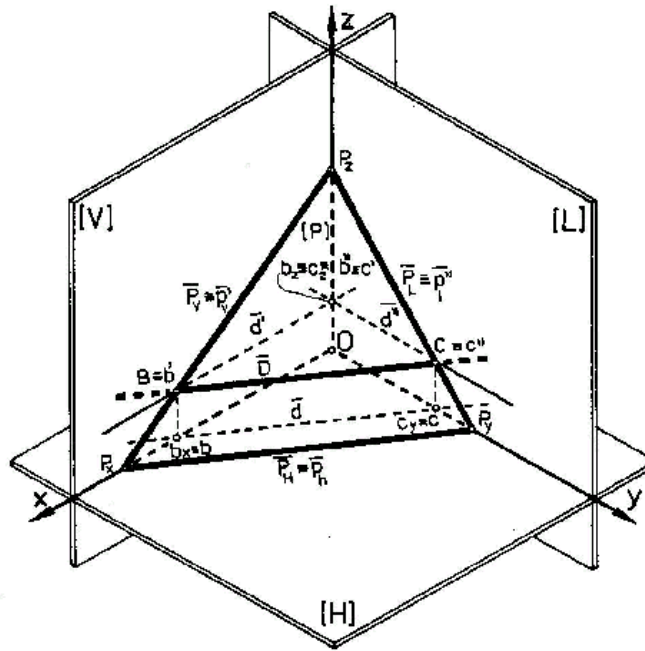
Figura 10.20

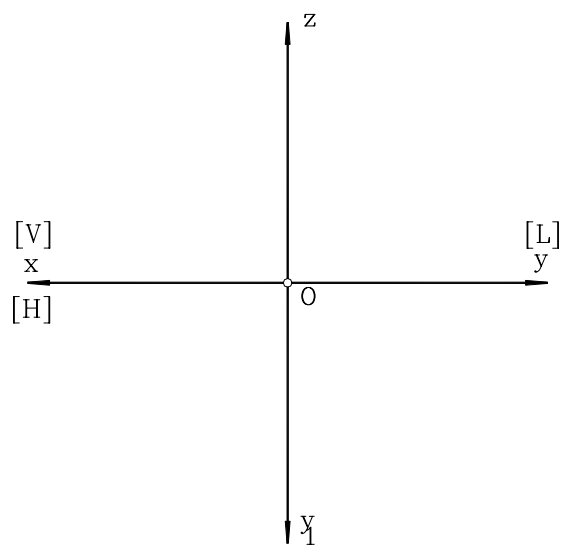
## 10.6. APLICAȚII

1. Se consideră planul  $[P]$  definit de urmele  $P_H$  și  $P_V$ . Să se determine unghiul pe care acest plan îl face cu planul vertical de proiecție  $[V]$ .
2. Unghiul pe care un plan  $[Q]$  îl face cu planul orizontal de proiecție este  $\angle \alpha = \angle BAb$ , unde  $A \in [H]$ ,  $B \in [V]$  (dreapta  $D = AB$  este dreapta de cea mai mare pantă a planului  $[Q]$ , față de planul orizontal).
3. Pe același desen să se traseze o orizontală, o verticală și o laterală a aceluiași plan  $[P]$ , dat prin urmele sale. Să se proiecteze triunghiul  $[ABC]$  rezultat din intersecția acestor drepte particulare conținute în planul  $[P]$  ( $MN \parallel P_H$ ,  $EF \parallel P_V$ ,  $RS \parallel P_L$ ).
4. Să se construiască dreapta  $D = AB$ , o orizontală a unui plan  $[P]$ , cunoscând numai urma orizontală a acestuia,  $P_H \equiv p_h$ . Cunoscând aceste elemente ( $D$  și  $P_H$ ) se pot construi grafic și celelalte două urme ale planului? Explicați procedura în succesiunea ei.
5. Având dată epura să se construiască imaginea axonometrică.



6. Având dată imaginea axonometrică să se construiască epura.





# METODELE GEOMETRIEI DESCRIPTIVE

Metodele geometriei descriptive realizează transformarea proiecțiilor elementelor geometrice, din pozițiile inițiale date, în alte poziții, mai avantajoase, în vederea rezolvării unor probleme grafice, ca de exemplu: măsurarea unei distanțe, a unor suprafețe sau unghiuri, cu aplicație directă în desenul tehnic. Astfel de probleme pot fi rezolvate numai dacă respectivul element geometric se află proiectat în adevărată mărime. Se cunoaște, de exemplu, că măsurarea unei distanțe, suprafețe, sau a unui unghi se poate face pe o proiecție în care elementul care trebuie măsurat se află în adevărată mărime. Dacă acestea sunt deformat proiectate, este necesară aflarea mărimii lor reale. În general se impune, pentru aceasta, fie o modificare a sistemului de referință (a planelor de proiecție), fie o modificare a poziției spațiale a elementului geometric și, astfel, să putem obține adevărata lui mărime în proiecție plană.

Metodele geometriei descriptive utilizate la transformarea proiecțiilor sunt: metoda schimbării planelor de proiecție, metoda rotației și metoda rabaterii (caz particular al metodei rotației).

## 11. METODA SCHIMBĂRII PLANELOR DE PROIECȚIE

Această metodă permite schimbarea unuia dintre planele de proiecție, astfel încât elementul proiectat să ocupe o poziție particulară, în general, paralelă față de noul plan de proiecție.

### 11.1. SCHIMBAREA PLANULUI DE PROIECȚIE PENTRU O DREAPTĂ. CONȘTRUCȚIA PROIECȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ȘI ÎN EPURĂ

Pentru prezentarea metodei, s-a ales schimbarea planului vertical de proiecție pentru o dreaptă (fig.11.1, fig.11.2).

Noul plan vertical  $[V_1]$  se alege astfel încât dreapta dată să fie paralelă cu acest plan. Este cunoscut că o dreaptă este paralelă cu un plan, dacă este paralelă cu o dreaptă conținută în acel plan.

#### Observații

Atât în imaginea spațială, cât și în epură sesizăm următoarele:

$$O_1x_1 \parallel d$$

$$aa_{x1} \perp O_1x_1$$

$$bb_{x1} \perp O_1x_1 \text{ (condiția de proiectante în sistemul ortogonal)}$$

dreapta  $D$  este paralelă cu planul  $[V_1]$  și, ca urmare, toate punctele situate pe această dreaptă au aceeași depărtare.

Grafic, înseamnă că proiecția orizontală  $d$  este paralelă cu axa  $O_1x_1$ , respectiv:

$$Aa_1' = Bb_1' = aa_{x1} = bb_{x1}$$

$$Aa_1' \perp [V_1] \quad Bb_1' \perp [V_1]$$

Din aceste două observații rezultă că:

$$AB \parallel a_1'b_1'$$

$$a_xa' = a_{x1}a_1'$$

$$b_xb' = b_{x1}b_1'$$

punctele, prin proiectarea lor pe planele verticale  $[V]$  și  $[V_1]$ , își păstrează cotele:

$$a_xa' = a_{x1}a_1'$$

$$b_xb' = b_{x1}b_1'$$

în epură, segmentul de dreaptă  $AB$  se proiectează în adevărată mărime, prin segmentul  $a_1'b_1'$ , iar unghiul  $\alpha$  format de axa  $O_1x_1$  și segmentul  $a_1'b_1'$  este adevărata mărime a unghiului pe care îl face dreapta  $D$  cu planul orizontal de proiecție  $[H]$ .

Proiecția dreptei  $D$  pe noul plan de proiecție  $[V_1]$  respectă regulile prezentate la proiecția punctului, respectiv a dreptei pe un plan, anterior studiate.

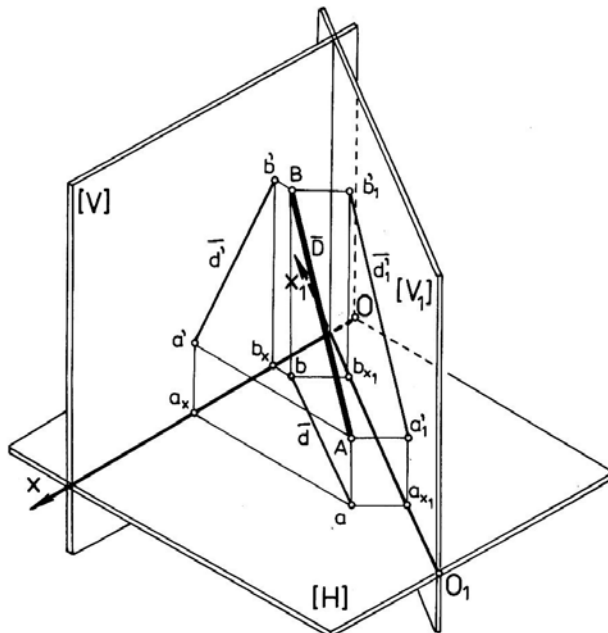


Figura 11.1

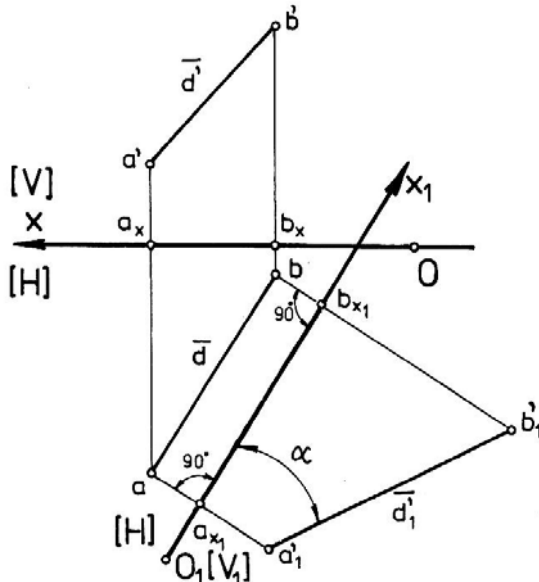


Figura 11.2

## 11.2. SCHIMBAREA PLANULUI DE PROIECȚIE PENTRU UN PLAN. CONSTRUCȚIA PROIECȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ȘI ÎN EPURĂ

Prin schimbarea de plan de proiecție se urmărește, de obicei, transformarea unui plan oarecare  $[P]$ , într-un plan proiectant (în general, paralel cu unul din planele de proiecție).

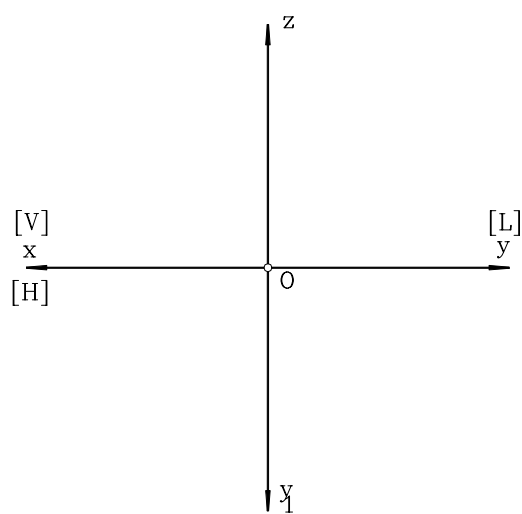
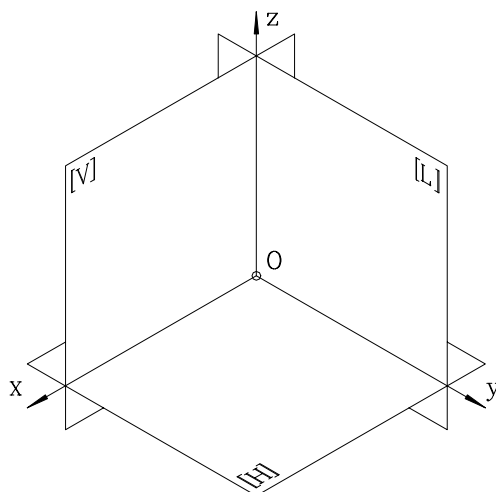
Aplicarea metodei schimbării unui plan de proiecție, în cazul unui plan, este asemănătoare schimbării planului de proiecție pentru o dreaptă. Noul plan de proiecție se va alege astfel încât planul oarecare să ocupe o poziție particulară, paralelă.

În figurile 11.3 și 11.4, se prezintă imaginea axonometrică și epura pentru cazul schimbării planului vertical de proiecție. Unghiul  $\alpha$  este adevărata mărime a unghiului pe care planul  $[P]$  îl face cu planul orizontal de proiecție  $[H]$ .

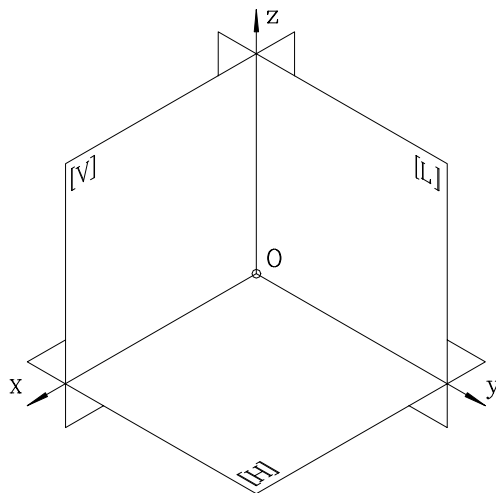
În mod asemănător se realizează construcția grafică a epurei, în cazul schimbării de plan orizontal, sau schimbarea ambelor plane de proiecție, vertical și orizontal, sau alte combinații, în care poate interveni și planul lateral de proiecție.

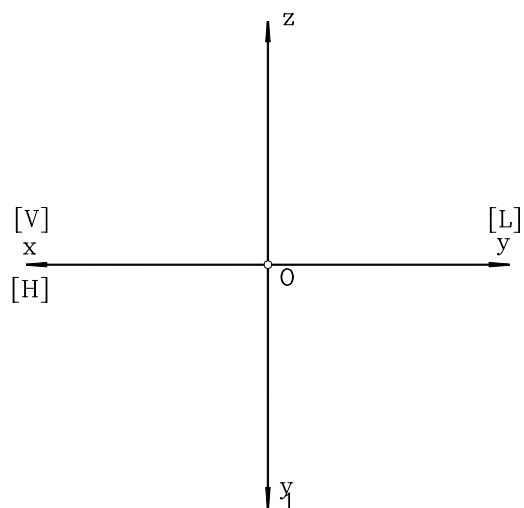
## 11.3. APLICAȚII

1. Se consideră o dreaptă  $D = AB$ , oarecare. Apelând la metoda schimbării planelor de proiecție, să se determine adevărata mărime a segmentului de dreaptă  $AB$ .

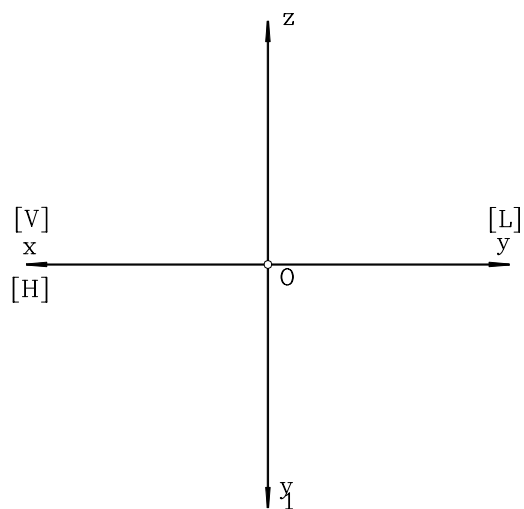
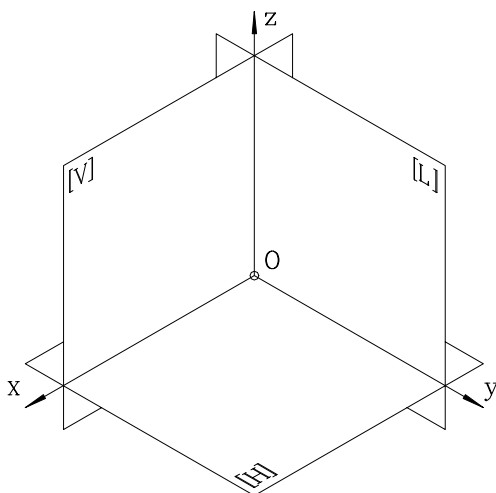


2. Prin schimbarea de plan vertical și orizontal, să se determine mărimea reală a laturilor triunghiului  $[ABC]$ , dat prin proiecțiile sale: triunghiurile  $[abc]$  și  $[a'b'c']$ .





3. Să se determine adevărata mărime a unui triunghi  $[ABC]$ , folosind metoda schimbării planelor de proiecție. Se va determina mărimea reală a segmentelor  $AB$ ,  $BC$ ,  $AC$  precum și a unghiurilor  $A$ ,  $B$ ,  $C$  (numai în epură).



#### MOD DE LUCRU:

Se vor parcurge etapele de mai jos:

- se reprezintă punctele  $A, B, C$ , respectiv proiecțiile lor pe cele trei plane,



- se observă că triunghiul  $[ABC]$  aparține planului  $[P]$ ,
- în exemplul considerat,  $[P] \perp [V]$ ,
- se trasează noua axă  $O_1x_1$ , astfel încât  $O_1x_1 = [H_1] \cap [V_1]$  ( $D[a'b'c'] \in [H_1]$ ),
- se duc proiectante din  $a', b', c'$ , care intersectează axa  $O_1x_1$  în  $a_{x1}, b_{x1}, c_{x1}$ ,
- din  $a_{x1}, b_{x1}, c_{x1}$  se duc perpendiculare ce aparțin lui  $[H_1]$  și pe acestea se măsoară:

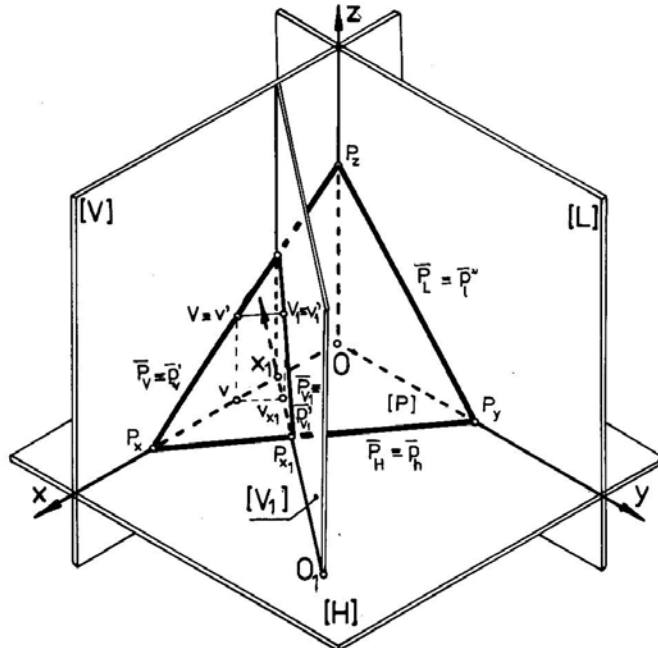


Figura 11.3

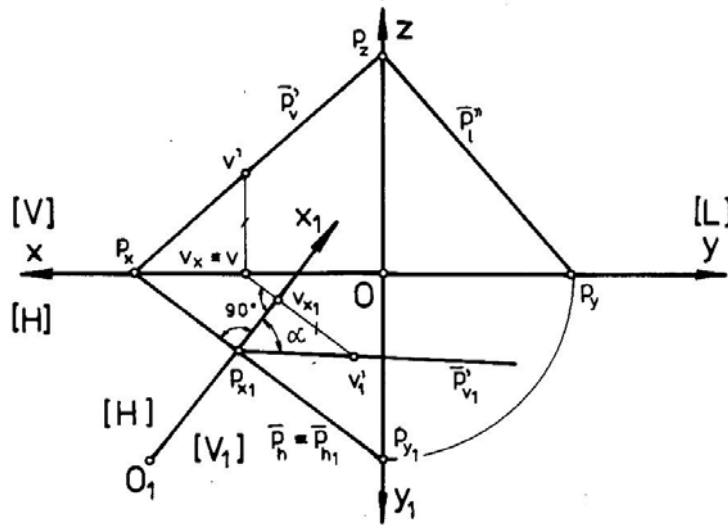


Figura 11.4

$$a_{x1}a_1 = a_x a \Rightarrow a_1,$$

$$b_{x1}b_1 = b_x b \Rightarrow b_1,$$

$$c_{x1}c_1 = c_x c \Rightarrow c_1,$$

- s-a determinat, astfel,  $\Delta[a_1b_1c_1]$ , proiecția triunghiului  $\Delta[ABC]$  pe planul  $[H_1]$ ,
- se măsoară laturile  $a_1, b_1, a_1c_1, b_1c_1$  și unghiurile  $c_1a_1b_1, a_1b_1c_1, a_1c_1b_1$ .

Prin aceste măsurători se determină, de fapt, mărimea reală a acestor elemente (măsurătorile se vor face numai în epură, deoarece dimensiunile sunt deformate în reprezentarea axonometrică).

Dacă se cere schimbarea planului vertical de proiecție, noua axă  $O_1x_1$ , va fi rezultatul intersecției dintre planele  $[V_1]$  și  $[H]$ :

$$O_1x_1 = [V_1] \cap [H]$$

### EXEMPLU NUMERIC

Se cunosc punctele  $A(60,47,6)$ ,  $B(8,27,36)$  și  $C(27,10,25)$ , care formează triunghiul  $[ABC]$ . Să se determine, prin schimbarea planului orizontal de proiecție, adevărata mărime a laturilor  $AB, AC$  și  $BC$  (figurile 11.5 și 11.6).

Pentru extinderea aplicației, în tabelul 11.1 sunt cuprinse diferite valori pentru coordonatele celor trei puncte **A, B** și **C** care definesc triunghiul spațial **[ABC]**.

Tabelul 11.1

Nr. variantei numerice	1	2	3	4	5	6	
A	$a_x$	60	70	40	50	60	70
	$a_y$	10	50	50	40	70	60
	$a_z$	10	60	50	30	10	65
B	$b_x$	35	10	10	30	35	10
	$b_y$	20	10	10	20	45	15
	$b_z$	55	0	20	5	55	5
C	$c_x$	10	35	25	10	10	35
	$c_y$	30	25	35	0	20	30
	$c_z$	20	25	35	60	20	30
Metoda	sch. pl. V	sch. pl. H	sch. pl. H	sch. pl. V	sch. pl. V	sch. pl. H	

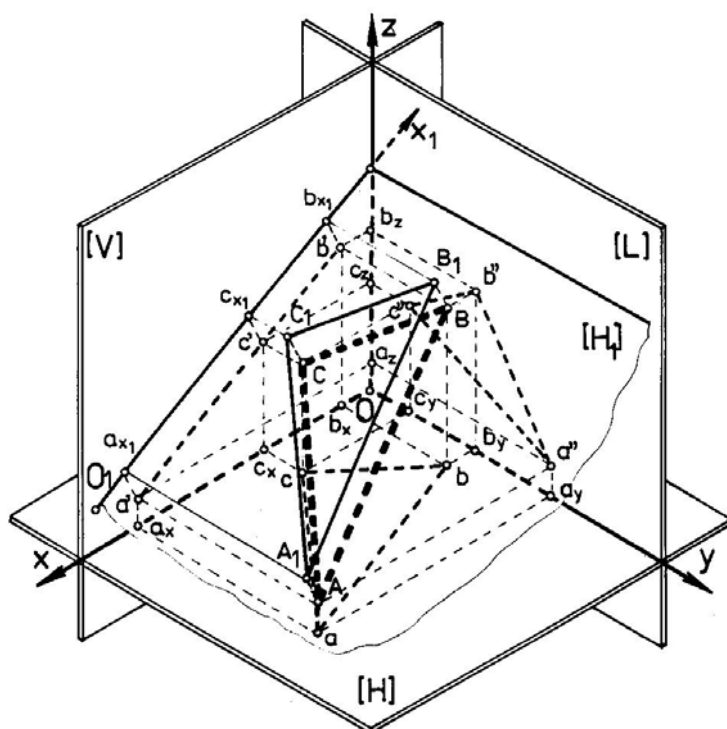


Figura 11.5

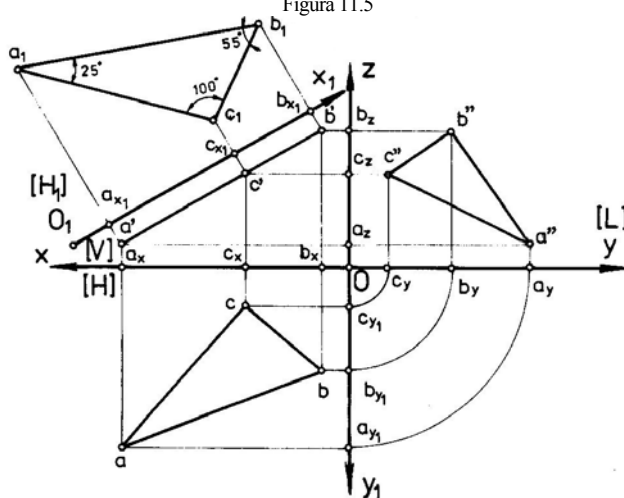


Figura 11.6

## 12. METODA ROTAȚIEI

Pentru realizarea unei poziții avantajoase a elementului geometric proiectat, prin metoda rotației planele de proiecție rămân neschimbate, iar elementul geometric respectiv se va roti în jurul unei axe, până când ocupă o poziție particulară (în general paralelă cu unul din planele de proiecție).

Axa de rotație este de regulă perpendiculară pe un plan de proiecție. Dacă nu se poate alege perpendiculară atunci se procedează la schimbarea planului de proiecție pentru ca axa să devină perpendiculară.

În funcție de planul în care are loc rotația elementelor geometrice, aceasta poate fi:

- a. rotație în plan orizontal, sau de nivel, atunci când toate punctele aparținând elementului geometric ce se proiectează se rotesc într-un plan paralel cu planul orizontal, axa de rotație fiind perpendiculară pe planul orizontal,
- b. rotația în plan vertical, sau de front, dacă axa de rotație este o dreaptă perpendiculară pe planul vertical și toate punctele, aparținând elementului geometric ce se proiectează, se rotesc într-un plan paralel cu planul vertical,
- c. rotație în plan lateral, sau de profil, situație în care axa de rotație este o dreaptă perpendiculară pe planul lateral de proiecție și punctele elementelor geometrice ce se proiectează se rotesc într-un plan paralel cu planul lateral.

Fiecare punct de rotire se deplasează pe un cerc cu centrul în punctul de intersecție dintre axa de rotație și planul în care se rotește. Raza cercului este distanța de la axa de rotație la punctul rotit, măsurată în planul care se rotește. Rotirea punctului se face într-un sens ales convenabil și cu un unghi  $\alpha$  dat, constant pentru aceiași element geometric (punct, dreaptă sau plan).

### 12.1. ROTAȚIA DE NIVEL PENTRU O DREAPTĂ. CONSTRUCȚIA PROIECȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ȘI ÎN EPURĂ

Se exemplifică aplicarea metodei în cazul rotației de nivel pentru o dreaptă dată:

$$D(d, d') = AB.$$

În rotația de nivel, axa  $W(w, w')$  este perpendiculară pe planul orizontal  $[H]$ , iar planele  $[P_i]$  în care se rotesc punctele drepte date sunt plane paralele cu planul orizontal. În consecință, în timpul rotației de nivel fiecare punct își va păstra valoarea inițială a cotei sale.

Pentru a roti o dreaptă cu același unghi  $\alpha$  este necesar și suficient să se rotească două puncte ale acesteia, deoarece dreapta este un element nedeformabil (fig. 12.1, fig. 12.2).

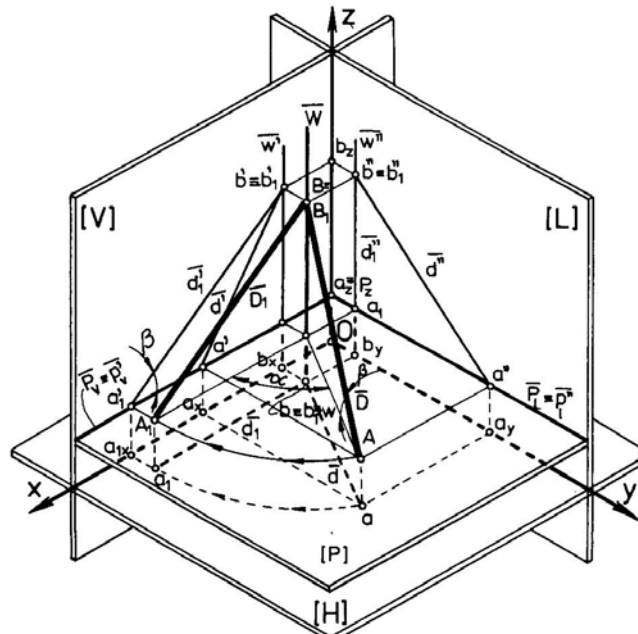
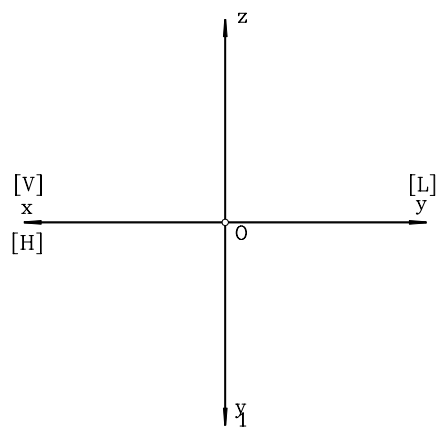
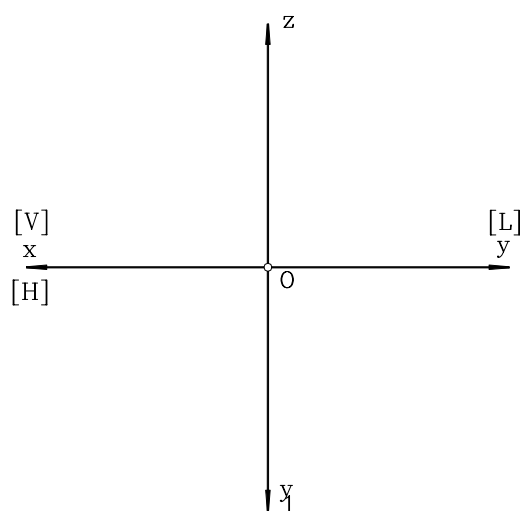
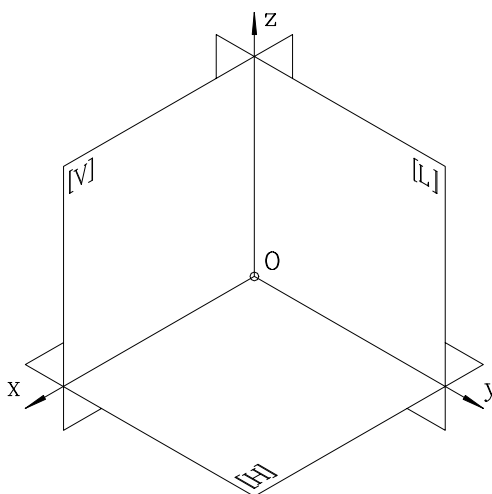


Figura 12.1

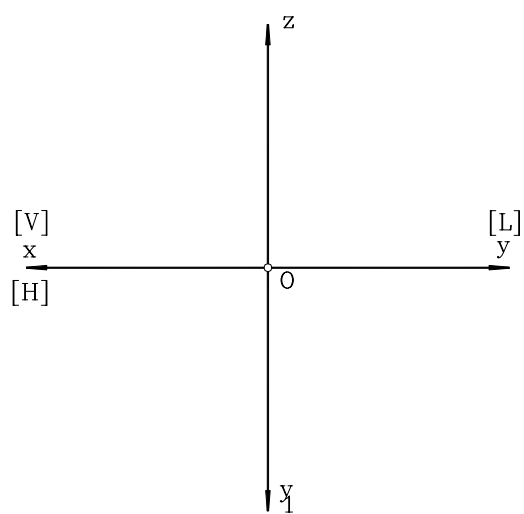
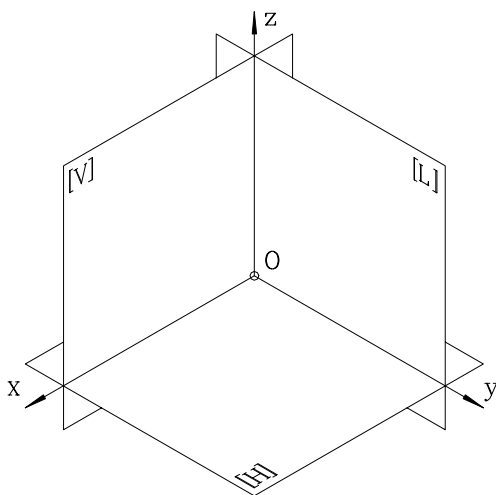




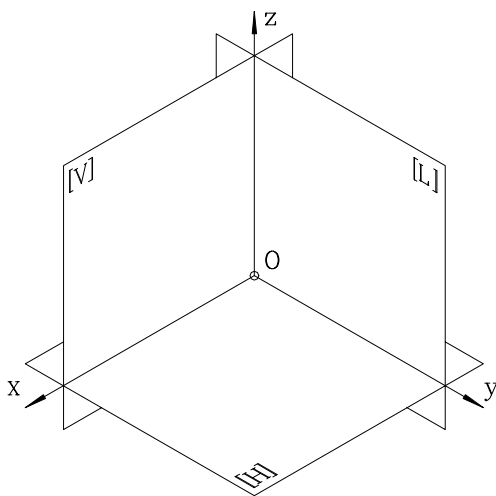
2. Folosind rotația de nivel pentru o dreaptă  $D = AB$ , să se determine mărimea reală a segmentului  $AB$ , precum și unghiul pe care acesta îl face cu planul vertical de proiecție,  $[V]$ .

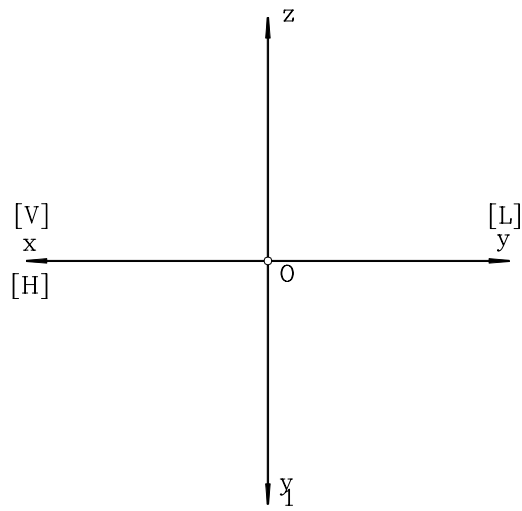


3. Prin rotația de front (într-un plan paralel cu planele de proiecție), să se determine mărimea reală a unui segment de dreaptă cunoscut,  $D = AB$ , precum și unghiul pe care-l face cu planul orizontal de proiecție.



4. Să se determine adevărata mărime a unui triunghi  $[ABC]$  folosind metoda rotației. Se va determina mărimea reală a segmentelor  $AB$ ,  $BC$  și  $AC$ , precum și a unghiurilor  $A$ ,  $B$ ,  $C$ .





**MOD DE LUCRU:**

Se vor respecta etapele de mai jos:

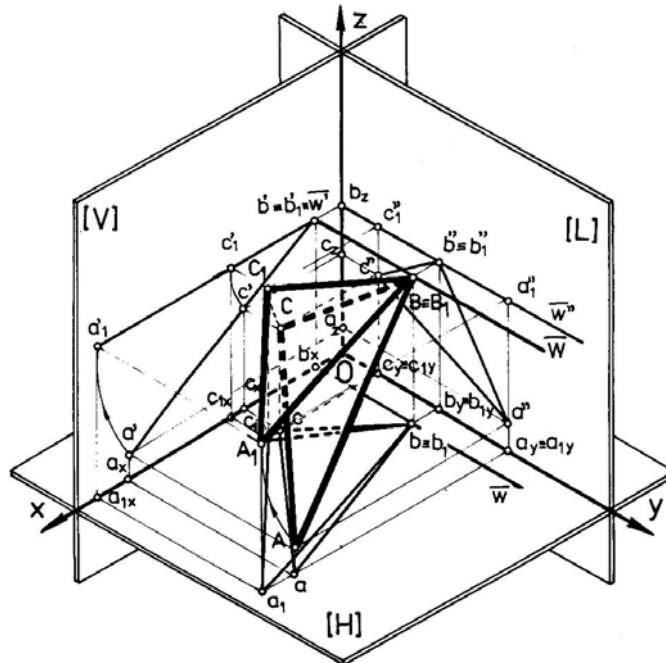


Figura 12.3

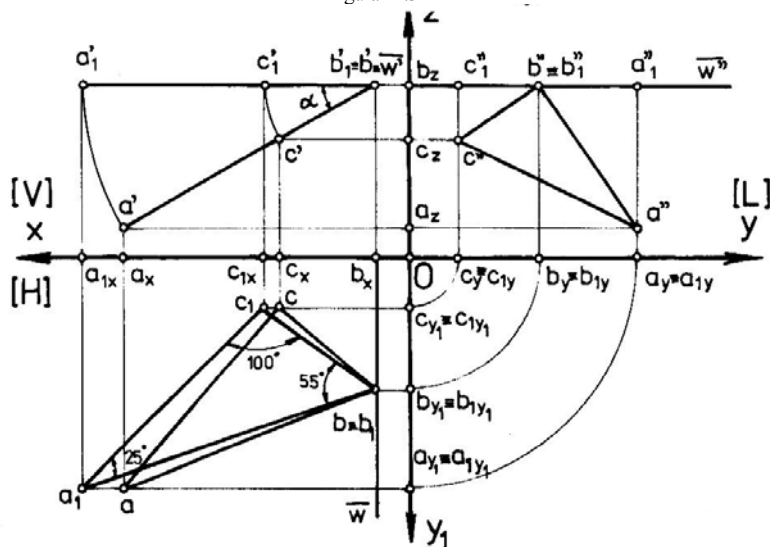


Figura 12.4

- se reprezintă planele de proiecție,
- se determină proiecțiile punctelor **A, B, C**,
- se observă faptul că, în planul vertical, proiecțiile punctelor **A, B, C** sunt coliniare, deci este necesară o rotație de front, (planul **[ABC]** fiind perpendicular pe **[V]**),
- se stabilește axa de rotație de regulă într-unul din punctele **A, B, C** (în exemplul tratat, figurile 12.3 și 12.4, s-a ales punctul **B**),
- unghiul  $\alpha$  este unghiul necesar rotirii punctelor astfel încât să ajungă într-un plan de nivel; se obțin, astfel, punctele  $\mathbf{a}_1', \mathbf{c}_1'$  iar  $\mathbf{b}_1' \equiv \mathbf{b}' \equiv \mathbf{w}'$ ,
- se vor obține, apoi, punctele  $\mathbf{a}_1, \mathbf{b}_1, \mathbf{c}_1$ , acestea găsimu-se pe drepte paralele cu axa **Ox**, ele făcând parte din plane frontale,  $\mathbf{a}_1\mathbf{a}' \parallel \mathbf{Ox}, \mathbf{c}_1\mathbf{c}' \parallel \mathbf{Ox}$ ,
- în planul lateral  $\mathbf{a}''\mathbf{a}_1'' \parallel \mathbf{Oz}, \mathbf{c}'\mathbf{c}_1'' \parallel \mathbf{Oz}$ ,

Triunghiul  $[\mathbf{a}_1\mathbf{b}_1\mathbf{c}_1]$  reprezintă adevărata mărime a triunghiului **[ABC]**, el a fost rotit până când a ajuns într-un plan de nivel. Se poate măsura direct, pe această proiecție, mărimea reală a următoarelor elemente (numai în epură deoarece în proiecție axonometrică există o deformare față de mărimea reală):

$$\mathbf{a}_1\mathbf{b}_1 = \mathbf{AB},$$

$$\mathbf{a}_1\mathbf{c}_1 = \mathbf{AC},$$

$$\mathbf{b}_1\mathbf{c}_1 = \mathbf{BC}, \text{ unghiurile } \mathbf{A, B, C}.$$

### EXEMPLU NUMERIC

Să se determine adevărata mărime a triunghiului construit prin punctele **A** (60,47,5), **B** (7,27,36) și **C** (27,10,24) și să se măsoare unghiurile **A, B** și **C** (figurile 12.3 și 12.4), folosind metoda rotației (rotație de front).

În tabelul 12.1 sunt prezentate diferite valori pentru coordonatele ce definesc triunghiul **[ABC]**, cu scopul extinderii aplicațiilor grafice.

Tabelul 12.1

Nr. variantei numerice	1	2	3	4	5	6	
A	$a_x$	60	70	40	50	60	70
	$a_y$	10	50	50	40	70	60
	$a_z$	10	60	50	30	10	65
B	$b_x$	35	10	10	30	35	10
	$b_y$	20	10	10	20	45	15
	$b_z$	55	0	20	5	55	5
C	$c_x$	10	35	25	10	10	35
	$c_y$	30	25	35	0	20	30
	$c_z$	20	25	35	60	20	30
Metoda rotației folosită	nivel	front	front	nivel	nivel	front	



### 13. METODA RABATERII

Metoda rabaterii constă în rotirea unui plan [P] oarecare în jurul uneia din urmele sale, până când planul [P] se suprapune peste planul de proiecție în care se situează urma aleasă ca axă de rotație. Un caz particular al rabaterii a fost utilizat la definirea epurei, unde planul orizontal [H] a fost rabătut, în jurul urmei sale, axa de proiecție Ox, până la suprapunerea peste planul vertical de proiecție [V], iar planul de proiecție lateral s-a rabătut prin rotație, în jurul axei de proiecție Oz, până la suprapunerea peste planul vertical de proiecție [V].

#### 13.1 METODA RABATERII PENTRU UN PLAN OARECARE ȘI O DREAPTĂ. CONSTRUȚIA PROIECȚIEI ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ ȘI ÎN EPURĂ

Rabaterea unui plan oarecare [P] (figurile 13.1 și 13.2) se poate face prin rabaterea unui punct care aparține acestui plan. Fie punctul  $B \in [P]$  care se rabate pe planul orizontal de proiecție [H]. Axa de rabatere este urma orizontală  $P_H \equiv p_h$  a planului [P]. Din proiecția orizontală a punctului,  $B, b$ , se trasează o proiectantă perpendiculară pe urma orizontală  $P_H \equiv p_h$  a planului [P], iar din punctul  $B \equiv b'$ , un arc de cerc cu raza  $R = P_x B$ . La intersecția acestora se află punctul  $B_1 \equiv b'_1$ , un punct aparținând urmei verticale a planului [P], rabătută în planul orizontal [H]. Prin punctele  $P_x \equiv P_{x1}$  (identic cu rabătutul său) și  $B_1 \equiv b'_1$  se trasează această urmă rabătută  $P_{V1} \equiv p'_{v1}$ .

##### 13.1.1. RABATEREA UNUI PUNCT AFLAT ÎNTR-UN PLAN OARECARE

Se consideră punctul  $A(a, a')$  situat în planul [P] (fig. 13.1, fig. 13.2) care urmează să fie rabătut peste planul orizontal de proiecție [H]. Se poziționează acest punct pe o orizontală a planului [P] și se determină proiecțiile acestuia ( $a'$  se va afla pe proiecția pe planul vertical de proiecție [V] a orizontalei planului). Pe proiecția pe planul orizontal a orizontalei planului, se trasează cota punctului  $A, a_z$ , măsurată din punctul  $a$ . Din același punct  $a$  se trasează o proiectantă perpendiculară pe axa de rabatere  $P_H \equiv p_h$ .

Cu vârful în  $w$  și rază  $R = wa_0$  se trasează un arc de cerc care va intersecta proiectanta dusă din  $a$  în punctul  $A_1$ , care este rabătutul lui  $A$  pe planul orizontal de proiecție. Triunghiul  $[aa_0w]$  se numește triunghi de poziție, sau de rabatere.

Cunoscând modul de rabatere al unui plan și a unui punct aflat în acest plan, pe un alt plan de proiecție, se poate rabate orice alt element geometric (dreaptă, figură plană) situat într-un plan pe oricare plan de proiecție fără dificultate.

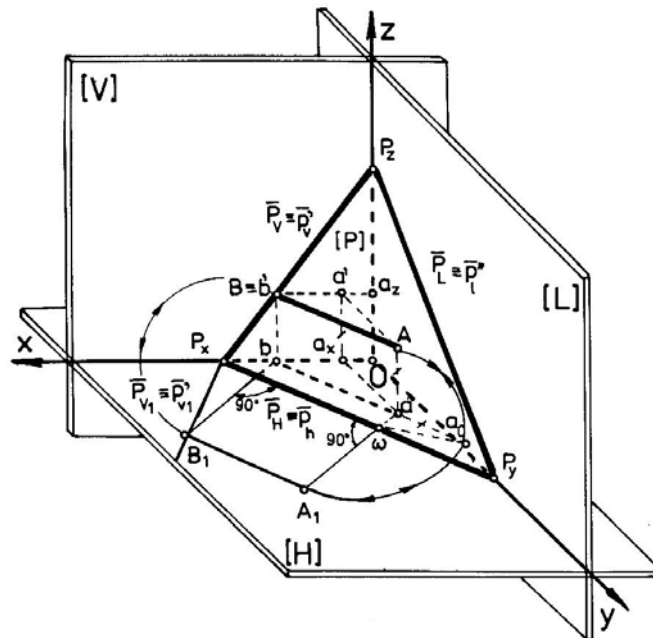


Figura 13.1

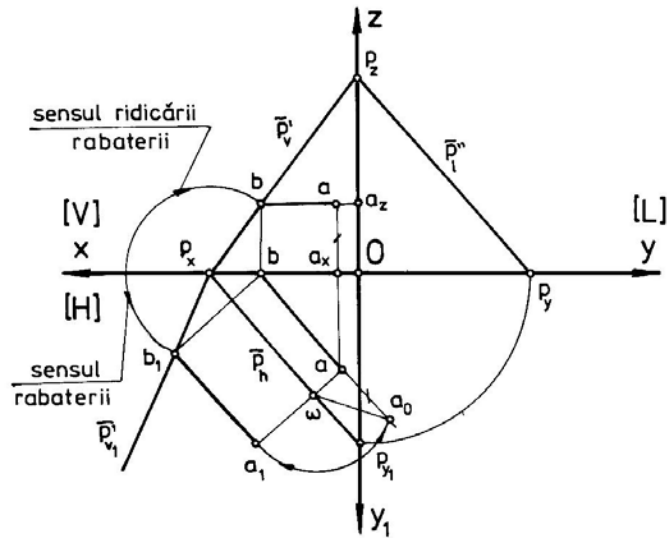


Figura 13.2

Pe planul orizontal [H], segmentul de dreaptă  $AB$  se proiectează în adevărată mărime:  $AB = A_1B_1$ .

### 13.1.2. RIDICAREA RABATERII

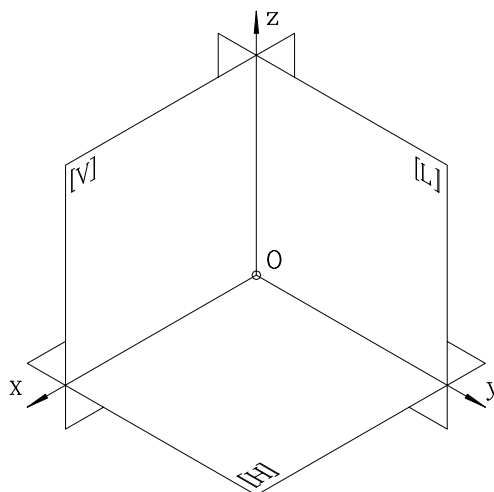
Operația grafică inversă rabaterii - ridicarea rabaterii - constă în determinarea proiecțiilor unor elemente geometrice (punct, dreaptă, sau plan), cunoscând proiecția lor rabătută.

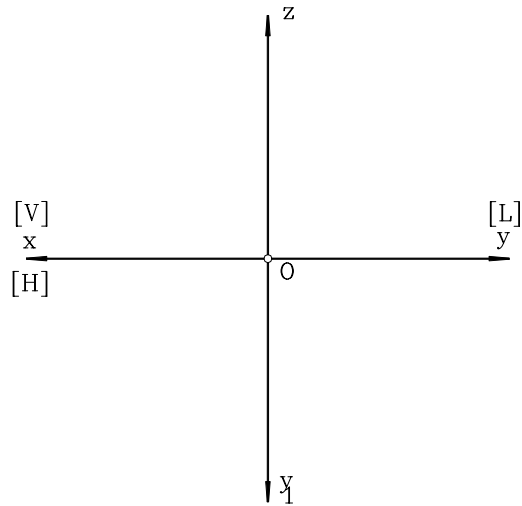
În cazul unei drepte particulare (o orizontală a unui plan oarecare)  $A_1B_1 \in [P]$  (fig.13.1, fig.13.2) se cunosc: poziția rabătută  $A_1B_1$  și urmele  $P_H \equiv p_h$ , respectiv  $P_{V1} \equiv p'_{v1}$ , prima fiind și axa rabaterii. Pentru ridicarea rabaterii, din punctele  $A_1$  și  $B_1$  se duc proiectante perpendiculare pe axa rabaterii,  $P_H \equiv p_h$ . La intersecția proiectantei dusă din  $B_1$  cu axa  $Ox$  se află punctul  $b \equiv b_x$ , din care se duce o paralelă la urma  $P_H \equiv p_h$ , pe care se va afla proiecția orizontală a segmentului căutat  $AB$  (punctul  $a$  se găsește la intersecția proiectantei din  $A_1$  cu paralela trasată din  $b$ ). Se construiește triunghiul de rabatere  $\Delta awa_0$ , prin trasarea arcului de cerc  $R = wA_1$ , care intersectează paralela trasată din  $b$  în punctul  $a_0$ ; distanța  $aa_0$  este cota punctului  $A$ ,  $a_z$ .

Din punctul  $B_1$ , cu raza  $R = B_1P_x$ , se trasează un arc de cerc, care va intersecta proiectanta ridicată din  $b \equiv b_x$  în punctul  $B \equiv b'$ . Din acest punct se trasează proiecția pe planul vertical a orizontalei  $AB$  și la intersecția acesteia cu proiectanta dusă din  $a$  se află punctul  $a'$ . Pentru corectitudinea execuției se poate verifica  $bb' = a_z$ , măsurând aceste dimensiuni în planul orizontal (în epură):  $a_z = aa_0$ . Prin punctele  $P_x$  și  $B$  trece urma verticală  $P_V$  și  $p'_v$  a planului [P], rezultată prin ridicarea rabaterii pentru un plan. Se observă identitatea imaginilor finale ale rabaterii, respectiv ridicării rabaterii - lucru firesc și motiv pentru care explicațiile date celor două procedee au aceeași susținere grafică, cu figurile 13.1 și 13.2.

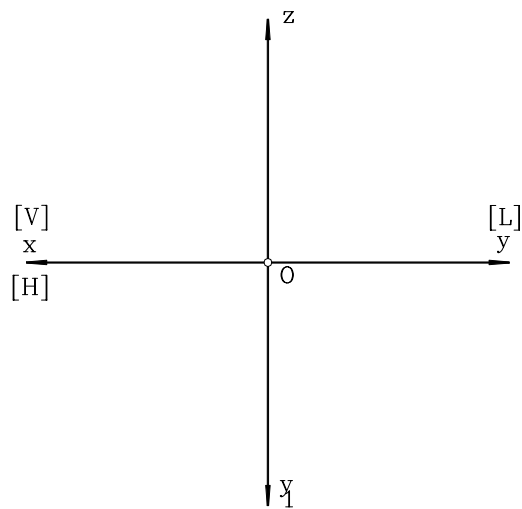
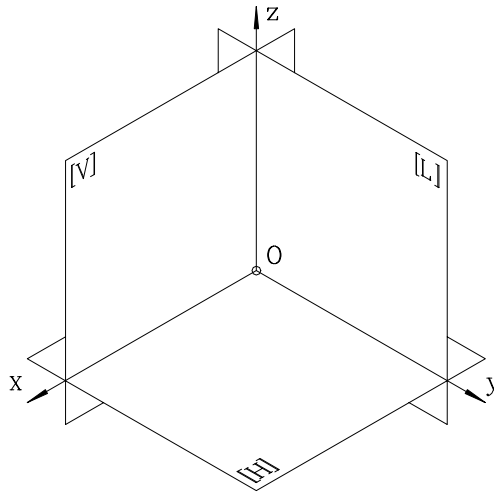
## 13.2. APLICAȚII

1. Apelând, succesiv, la metoda rotației, respectiv la metoda rabaterii, să se determine adevărata mărime a unui segment de dreaptă cunoscut,  $D = MN$ .

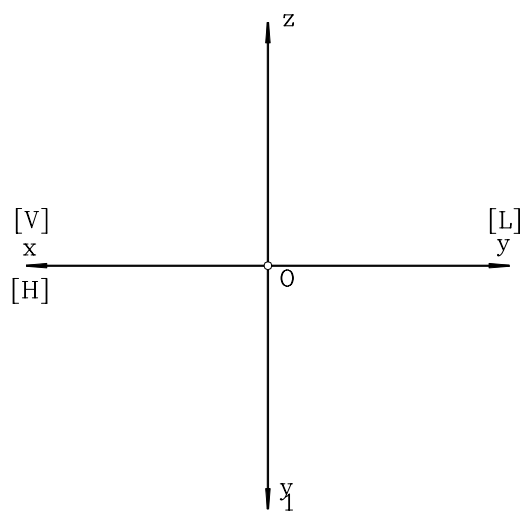
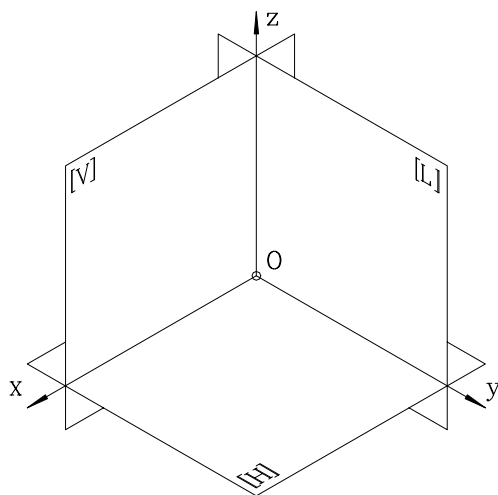




2. Fie triunghiul oarecare,  $\Delta ABC$ , dat prin proiecțiile sale,  $\Delta abc$  și  $\Delta a'b'c'$ . Să se determine adevărata mărime a laturilor acestui triunghi, apelând la metoda rabaterii.



3. Se consideră triunghiul rabătut  $\Delta A_1B_1C_1$ . Să se ridice rabaterii și să se determine poziția spațială a acestuia,  $\Delta ABC$ , cunoscând axa rabaterii,  $P_H = p_h$  și urma verticală  $P_V = p'_v$  a planului  $[P]$  în care este cuprins triunghiul considerat.



# GEOMETRIA DESCRIPTIVĂ A CORPURILOR GEOMETRICE

## 14.PROIECTAREA CORPURILOR GEOMETRICE ÎN SISTEMUL PARALEL ORTOGONAL. STABILIREA VIZIBILITĂȚII PROIECȚIILOR CORPURILOR GEOMETRICE

### 14.1.PROIECTAREA CORPURILOR GEOMETRICE

Problema proiectării corpurilor geometrice se reduce, practic, la proiectarea elementelor geometrice ale acestora (puncte, drepte, plane) ce caracterizează aceste corpuri.

Față de sistemul de referință triortogonal, un corp geometric se poate afla într-o poziție oarecare, sau particulară (de ex. axa de simetrie a conului paralelă cu unul din planele de proiecție).

Proiectarea unui corp geometric constă în identificarea punctelor sale caracteristice și, apoi, proiectarea acestora, obținând imaginea intuitivă și/sau epura proiecțiilor corpului geometric considerat (fig.14.1 - fig.14.8).

### 14.2.STABILIREA VIZIBILITĂȚII PROIECȚIILOR CORPURILOR GEOMETRICE

O problemă mai delicată constă în determinarea vizibilității diferitelor elemente (puncte, muchii sau generatoare) ale corpurilor geometrice, pentru fiecare proiecție

separat, cu precădere în cazul proiecțiilor corpurilor prismatice. Pentru aceasta se vor avea în vedere următoarele reguli:

- conturul aparent care delimitează o proiecție este vizibil și se trasează cu linie continuă groasă,
- dacă o muchie are un punct vizibil într-o proiecție, atunci aceasta este vizibilă în acea proiecție; pentru stabilirea vizibilității unui punct se apelează la regula generală prezentată în capitolul 5, sau la una din regulile ce urmează,
- la stabilirea vizibilității unei muchii situată în interiorul conturului aparent al unei proiecții, se va avea în vedere mărimea cotei, a depărtării, sau a abscisei unui vârf al muchiei respective; dacă vârful este vizibil atunci și muchia va fi vizibilă și invers. Astfel, dintre două vârfuri aparținând unor muchii diferite ale aceleiași proiecții, va fi vizibil vârful care are cea mai mare cotă, dacă se analizează vizibilitatea în proiecție orizontală, cea mai mare depărtare, dacă se are în vedere vizibilitatea proiecției din planul vertical, respectiv cea mai mare abscisă, atunci când se dorește determinarea vizibilității proiecției corpului geometric pe planul lateral de proiecție,
- un vârf care nu face parte din conturul aparent al unei proiecții, dacă este vizibil, atunci toate muchiile ce pornesc din acest punct, situate în aceeași proiecție, vor fi vizibile și invers,
- două suprafețe laterale ale unei proiecții a corpului geometric, dacă se intersectează după o muchie comună ce aparține conturului aparent al proiecției respective, atunci una va fi vizibilă, iar cealaltă invizibilă; pot fi ambele vizibile sau invizibile într-o proiecție, dacă muchia lor comună este cuprinsă în interiorul conturului aparent al acelei proiecții,

### 14.3. STABILIREA VIZIBILITĂȚII ÎN IMAGINE AXONOMETRICĂ A PROIECȚIILOR UNEI PIRAMIDE

Se consideră o piramidă triunghiulară oblică  $\{SABC\}$ , având baza  $\Delta[ABC]$ , situată în planul orizontal de proiecție. Dacă ne imaginăm că vârful  $S$  al acestei piramide rămâne fix în spațiu și piramida se rotește în spațiu, baza rămânând în permanență în planul orizontal de proiecție, rezultă situațiile posibile prezentate în figurile 14.1-14.6. În figurile 14.7 și 14.8 este redat cazul în care piramida are ca bază un patrulater oarecare  $[ABEF]$ .

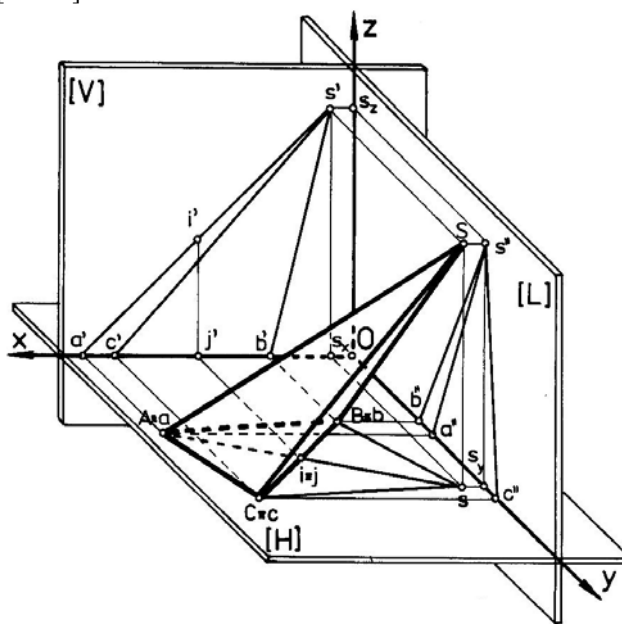


Figura 14.1

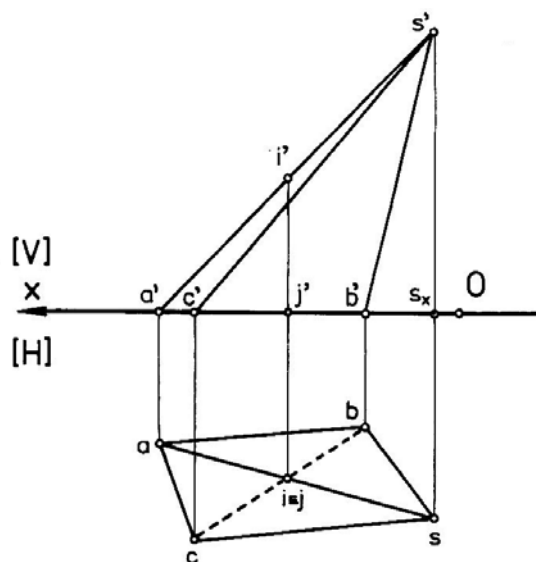


Figura 14.2

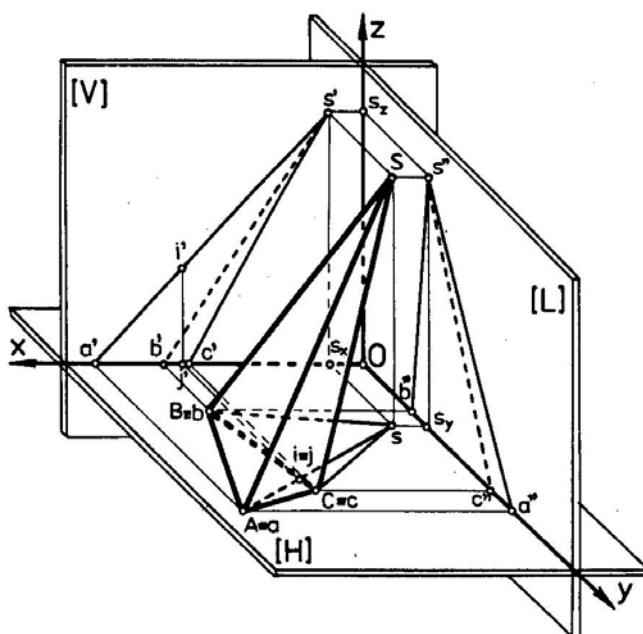


Figura 14.3

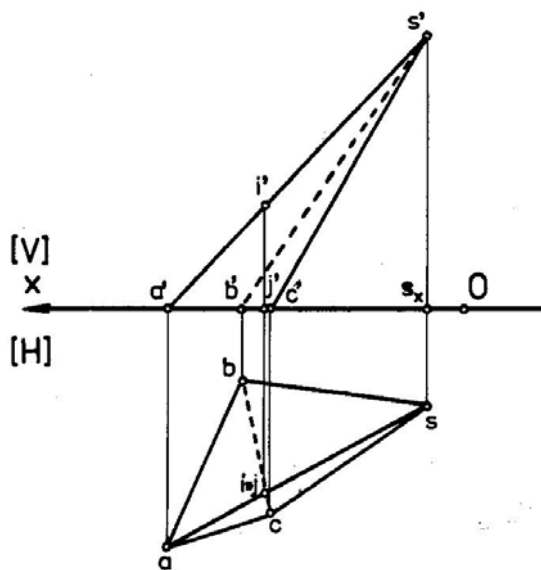


Figura 14.4

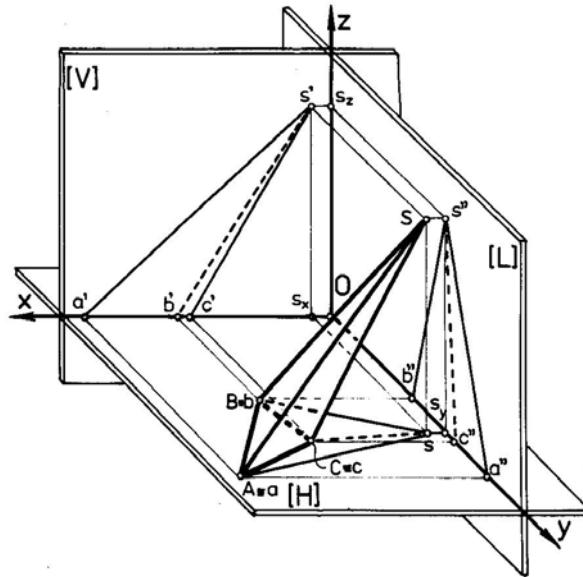


Figura 14.5

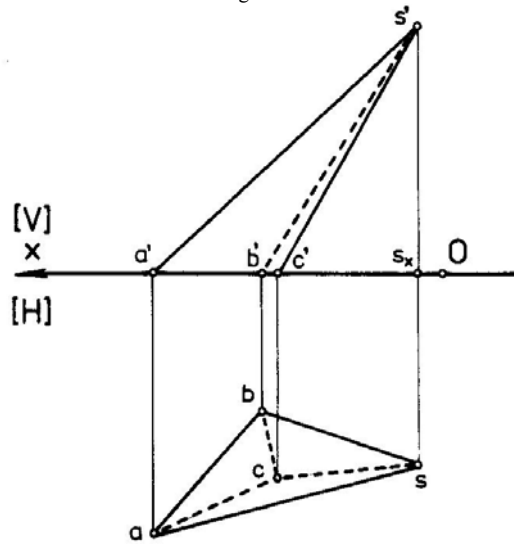


Figura 14.6

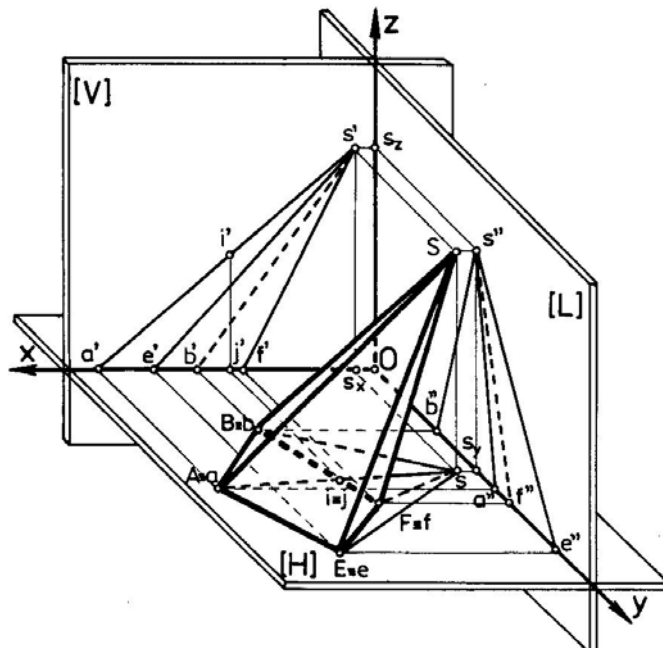


Figura 14.7



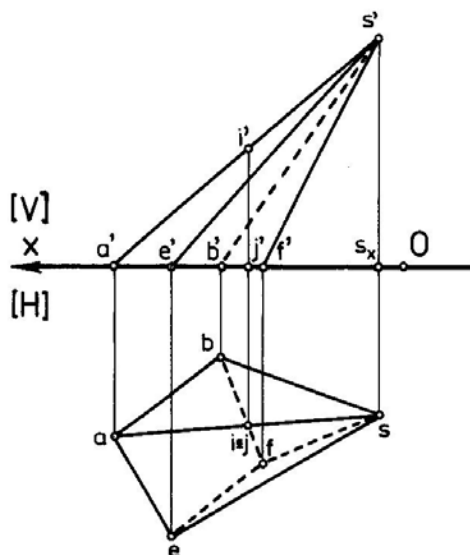


Figura 14.8

### Observații

- La figura 14.1:
  - conturul aparent al proiecțiilor este:  
 $[absca] \in [H]$ ,  $[a's'b'a'] \in [V]$ ,  $[b''s''c''b''] \in [L]$ ,
  - muchia  $c's'$  este vizibilă deoarece punctul  $C$  are cea mai mare depărtare,
  - muchia  $a''s''$  este vizibilă deoarece punctul  $A$  are cea mai mare abscisă.
- La figura 14.3:
  - conturul aparent al proiecțiilor este:  
 $[absca] \in [H]$ ,  $[a's'c'a'] \in [V]$ ,  $[b''s''a''b''] \in [L]$ ,
  - muchia  $b's'$  este invizibilă deoarece există alte puncte care au depărtarea mai mare decât a punctului  $B$  ( $A$  și  $C$ ) (a se vedea, comparativ, figurile 14.1 și 14.3),
  - muchia  $c''s''$  este invizibilă deoarece există punctul  $A$  care are abscisa mai mare decât punctul  $C$ .
- La figura 14.5:
  - conturul aparent al proiecțiilor este:
  - $[absa] \in [H]$ ,  $[a's'c'a'] \in [V]$ ,  $[b''s''a''b''] \in [L]$ ,
  - muchia  $b's'$  este invizibilă deoarece există alte puncte situate în planul orizontal care au depărtarea mai mare ( $A$  și  $C$ ) decât punctul  $B$ ,
  - muchia  $c''s''$  este invizibilă deoarece există alte puncte care au abscisa mai mare ( $B$  și  $A$ ) decât punctul  $C$ ,
  - muchia  $bs$  este rezultatul intersecției a două fețe și aparține conturului aparent:  
 $[abs] \cap [bcs] = bs$ ,
  - dintre care numai una este vizibilă  $[abs]$ , ca făcând parte din conturul aparent și, ca urmare, muchiile  $bc$  și  $cs$  nu sunt vizibile; pe de altă parte, unui punct ce nu face parte din conturul aparent îi corespund numai muchii invizibile, sau vizibile, de unde rezultă că și muchia  $ac$  este invizibilă (sau se apelează, de asemenea, la varianta de stabilire a vizibilității care are în vedere intersecția fețelor poliedrului).
- La figura 14.7:
  - conturul aparent al proiecțiilor este:  
 $[absea] \in [H]$ ,  $[a's'f'a'] \in [V]$ ,  $[b''s''e''b''] \in [L]$ ,
  - muchia  $e's'$  este vizibilă deoarece punctul  $E$  are cea mai mare depărtare,
  - muchia  $b's'$  este invizibilă deoarece există alte puncte care au depărtarea mai mare ( $A, E, F$ ),
  - muchia  $f''s''$  este invizibilă deoarece există alte vîrfuri care au abscisa mai mare ( $A, B, E$ ),
  - muchia  $a''s''$  este vizibilă deoarece vîrfurile  $A$  are cea mai mare abscisă.

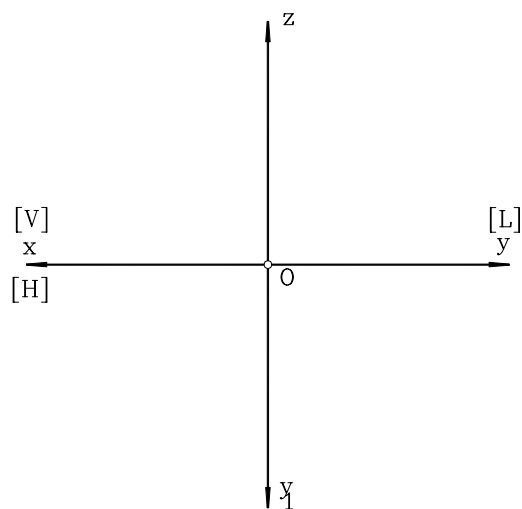
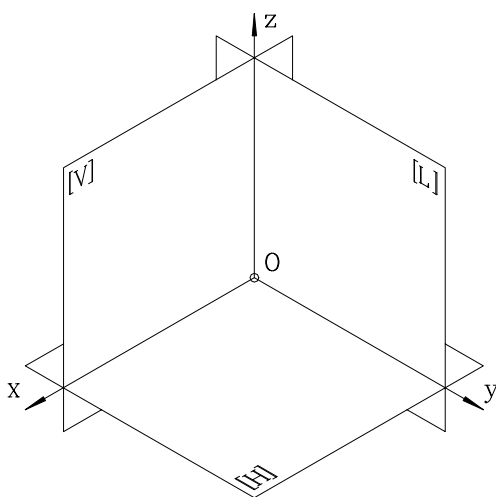
## 14.4. STABILIREA VIZIBILITĂȚII ÎN EPURĂ A PROIECȚIILOR UNEI PIRAMIDE

Pentru aceleași cazuri prezentate anterior, în continuare s-a stabilit vizibilitatea în epură a proiecțiilor piramidei  $\{SABC\}$  (fig.14.2, fig.14.4, fig.14.6) și  $\{SABEF\}$  (fig.14.8), considerând numai proiecțiile din planul orizontal și vertical de proiecție.

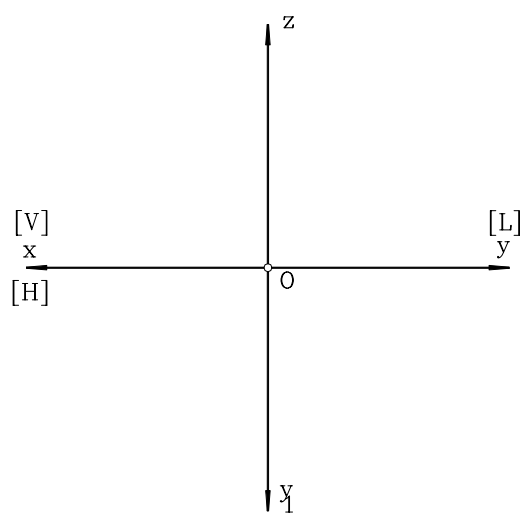
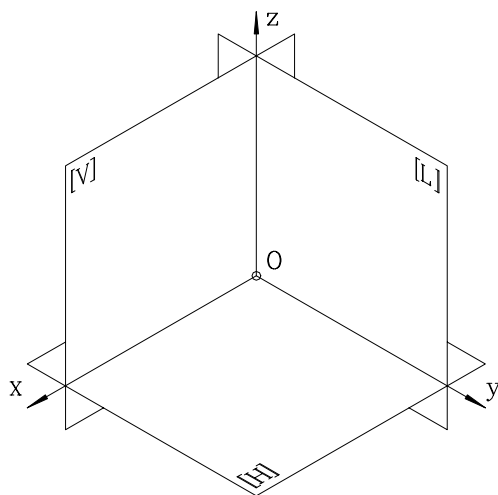
Vizibilitatea în epură se stabilește cu ajutorul regulilor prezentate anterior și pe baza observațiilor efectuate la figurile 14.1, 14.3, 14.5, 14.7. Se poate sesiza corespondența între imaginile intuitive (figurile 14.1, 14.3, 14.5, 14.7) și proiecțiile plane (figurile 14.2, 14.4, 14.6, 14.8).

### 14.5.APLICAȚII

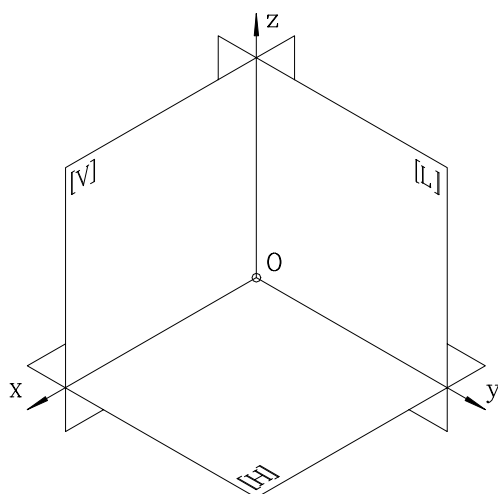
1. Se consideră o piramidă dreaptă  $\{SABC\}$ , având baza un triunghi oarecare,  $\Delta[ABC]$ , situată într-un plan perpendicular pe planul vertical de proiecție. Să se determine adevărata mărime a triunghiului bazei, prin metoda rotației. Să se stabilească, în epură, vizibilitatea piramidei.

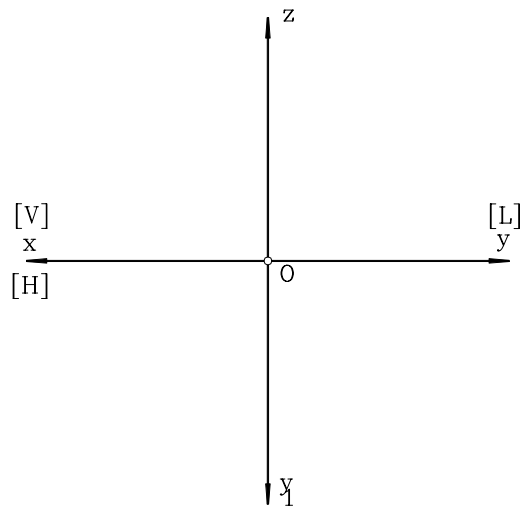


2. Fie o prismă triunghiulară înclinată, având ca bază triunghiurile  $\Delta[ABC]$  și, respectiv  $\Delta[A_1B_1C_1]$ . Baza  $\Delta[ABC]$  se află în planul vertical de proiecție. Să se proiecteze această prismă cunoscând că suprafețele bazelor sunt paralele. Să se determine vizibilitatea în epură a proiecțiilor prisme.

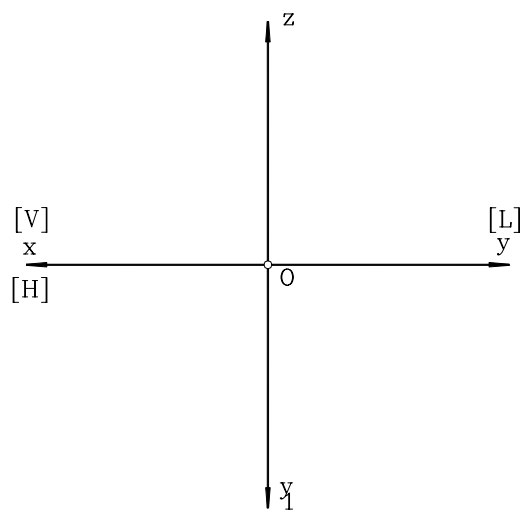
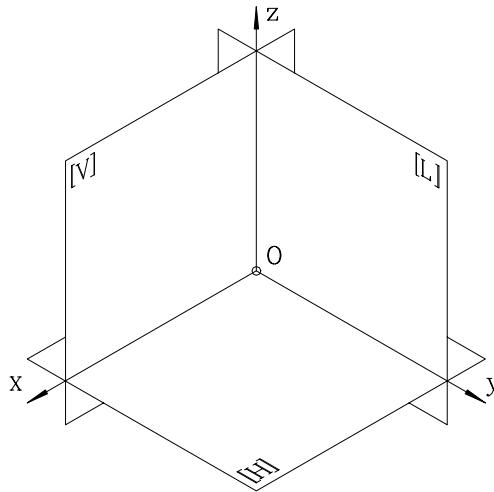


3. Să se stabilească vizibilitatea în epură a unei prisme hexagonale oblice având bazele cuprinse în planul orizontal, respectiv lateral de proiecție.

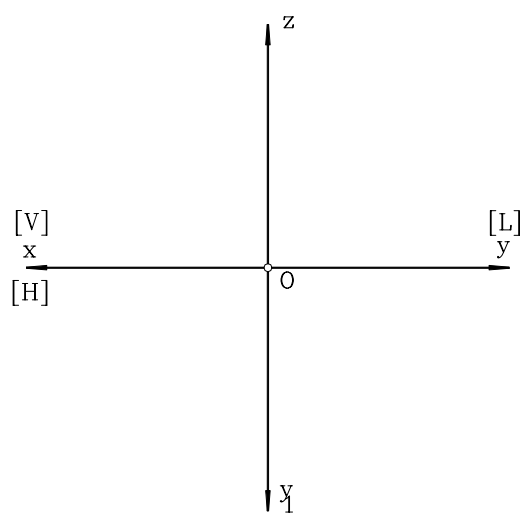
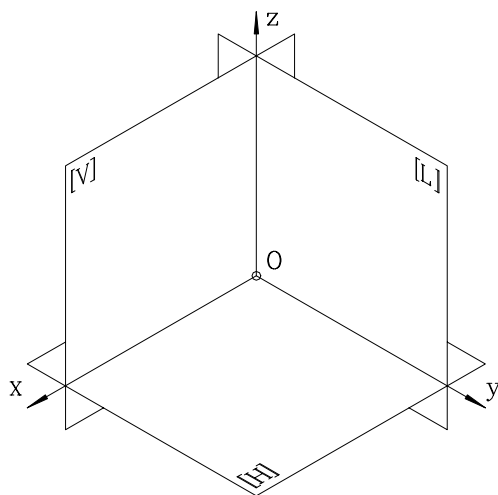




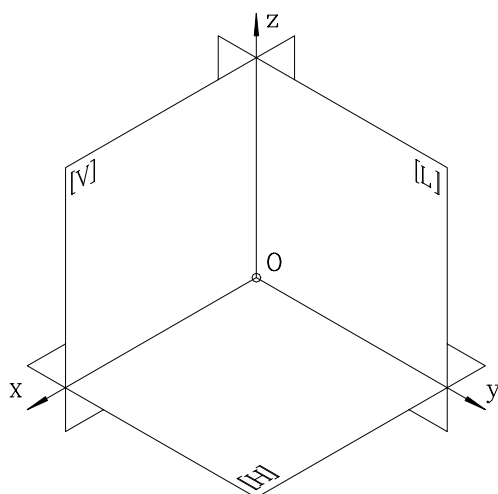
4. Să se proiecteze și, apoi, să se stabilească vizibilitatea proiecțiilor unui trunchi de piramidă triunghiulară oblică, dacă baza mare se află în planul orizontal, iar baza mică este situată într-un plan perpendicular pe planul lateral de proiecție.

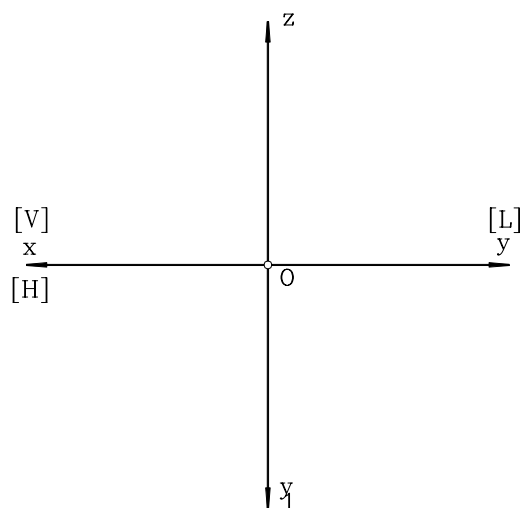


5. Fie piramida triunghiulară oblică  $\{SABC\}$ , cu baza  $\Delta[ABC]$ , situată pe planul lateral de proiecție, în primul triedru de proiecție. Să se construiască piramida  $\{S_1ABC\}$ , simetrică față de planul lateral de proiecție cu cea inițială. Să se proiecteze cele două piramide și să se stabilească vizibilitatea acestor proiecții, în epură.



6. O piramidă dreptunghiulară oblică {SABEF} are baza în planul vertical de proiecție, în primul triedru. Vârful S se află în triedrul V de proiecție. Să se stabilească vizibilitatea în epură a proiecțiilor acestei piramide.





7. Să se reprezinte axonometric și în epură un con ale cărui elemente cunoscute sunt: coordonatele vârfului  $S(s,s',s'')$ , raza cercului de bază  $R$ , coordonatele centrului cercului de bază  $\Omega(\omega,\omega',\omega'')$  și planul în care se situează cercul de bază (de ex. planul orizontal).

**MOD DE LUCRU**

Se vor respecta etapele de mai jos:

- se reprezintă punctul  $S(s,s',s'')$ , vârful conului,
- se reprezintă punctul  $\Omega(\omega,\omega',\omega'')$ , centrul cercului de bază,
- cunoscând planul de proiecție în care este poziționat cercul de bază, se va reprezenta, în acest plan, cercul de rază  $R$ , în adevărată mărime; se observă că pe celelalte plane de proiecție cercul este deformat, el degenerând într-o dreaptă,
- se unește vârful conului cu cercul de bază, astfel încât generatoarele care formează conturul aparent al conului vor fi tangente la cercul de bază,
- problema vizibilității se rezolvă conform principiilor de vizibilitate studiate.

**EXEMPLU NUMERIC**

Să se reprezinte conul având coordonatele vârfului  $S(5,60,55)$ , respectiv al centrului cercului bazei,  $\Omega(45,30,0)$ , și raza  $R = 16\text{mm}$  (fig.14.9, fig.14.10).

Pentru extinderea aplicațiilor, în tabelul 14.1 sunt prezentate diferite combinații numerice pentru coordonatele punctelor caracteristice ale conului, precum și pentru raza bazei acestuia.

Tabelul 14.1

Nr. variantei numerice	1	2	3	4	5	6	
$\Omega$	$\omega_x$	90	100	95	95	105	105
	$\omega_y$	50	40	40	45	50	45
	$\omega_z$	0	0	0	0	0	0
S	$s_x$	90	100	95	95	105	105
	$s_y$	50	40	40	45	50	45
	$s_z$	120	120	120	115	115	115
R [mm]	32	32	32	30	30	30	

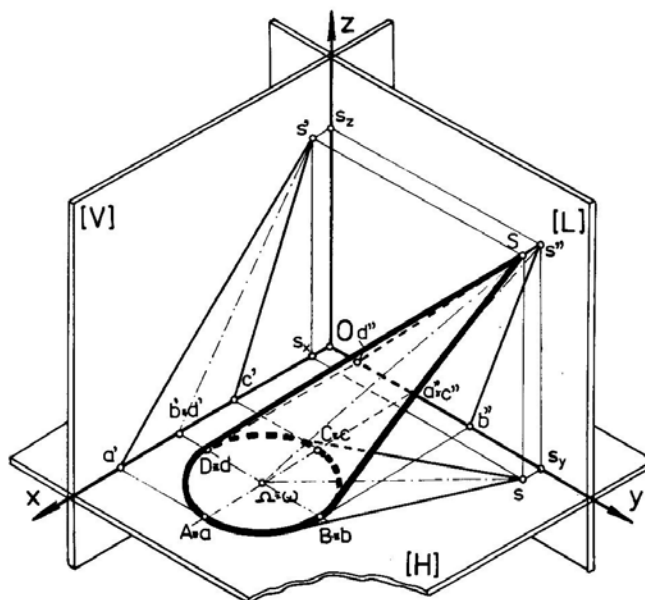


Figura 14.9

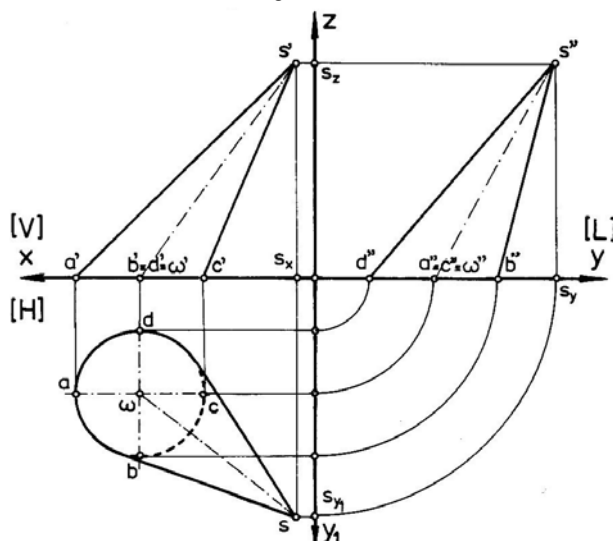


Figura 14.10

## 15. SECȚIUNI PLANE ÎN CORPURI GEOMETRICE

Determinarea secțiunii plane în corpuri geometrice se reduce, practic, la aflarea punctelor de intersecție dintre muchiile, sau un număr suficient de generatoare (în cazul corpurilor cilindro-conice, sferă, etc.) și planul secant, care poate fi un plan oarecare, sau un plan particular (proiectant de regulă). Adevărata mărime a poligonului de secționare, sau a curbei astfel rezultate, se poate construi grafic apelând la una din metodele geometriei descriptive, de obicei la metoda rabaterii.

### 15.1. SECȚIUNI PLANE ÎN POLIEDRE

#### 15.1.1. CONSTRUCȚIA IMAGINII AXONOMETRICE ȘI A EPUREI

Se consideră piramida triunghiulară oblică  $\{SABC\}$ , cu baza  $[ABC]$  situată în planul orizontal. Să se stabilească vizibilitatea proiecțiilor și adevărata mărime a poligonului rezultat din secționarea piramidei cu un plan oarecare  $[P]$ , ce intersectează muchiile acesteia.

În triplă proiecție ortogonală, să se determine poligonul  $[EFG]$  rezultat din secționarea piramidei cu planul secant oarecare  $[P]$ , dat prin urmele sale  $(P_H, P_V)$ . În epură, să se afle adevărata mărime a poligonului de secționare  $[EFG]$  (fig.15.1, fig.15.2).

#### Observații

- vizibilitatea în epură corespunde cazului prezentat în figurile 14.1, respectiv 14.2;
- adevărata mărime a poligonului de secționare s-a aflat utilizând metoda rabaterii,
- la același rezultat se ajunge și dacă se folosește metoda schimbării planelor de proiecție.

#### 15.1.2. DETERMINAREA ADEVĂRATEI MĂRIMI A POLIGONULUI DE SECȚIONARE

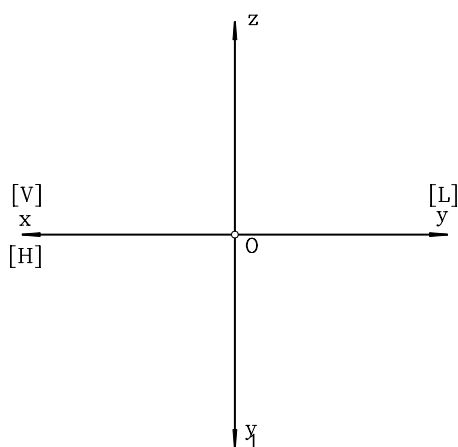
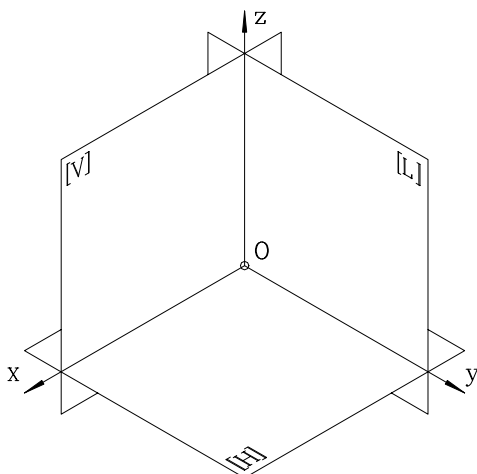
Pentru determinarea adevăratei mărimi a poligonului rezultat din secționarea unei piramide înclinată cu un plan secant (fig.15.2) se apelează la una din metodele geometriei descriptive (v. cap.11,12, sau 13). De regulă și din motive de facilitare se apelează la metoda rabaterii și poligonul de secționare  $\Delta EFG$  rezultă în următoarea succesiune :

- se rabatează unul din punctele de intersecție dintre urma  $p'_v$  cu proiecțiile muchiilor laterale ale piramidei ( $v'_1, v'_2$ , sau  $v'_3$ ), prin rotația în jurul axei de rabatere  $p_h$  (ex.  $v'_3$ ) (din proiecția în plan orizontal  $v_3$  se trasează perpendiculara pe urma orizontală a planului  $[P]$ , axa rabaterii, iar din  $v'_3$  se duce arcul de cerc de rază  $R = p_x v'_3$  și la intersecția cu perpendiculara din  $v_3$  rezultă un al doilea punct al urmei  $p'_v$ , rabătută,  $p_{1v}$ ; prin acest punct și  $p_x$  va trece urma verticală rabătută  $p_{1v}$ ),
- se trasează horizontalele planului  $[P]$  care trec prin vârfurile proiecției poligonului de intersecție pe planul vertical:  $e', f', g'$ ; distanțele de la axa  $Ox$  la aceste puncte reprezintă cotele fiecăruia dintre ele și, ca urmare, prin arcele de cerc duse din intersecția horizontalelor planului trasate, cu urma  $p'_v$ , se rabatează pe noua urmă  $p_{1v}$  aceste cote,
- din punctele rezultate la intersecția arcelor de cerc cu urma  $p_{1v}$ , se trasează paralele la urma orizontală a planului  $[P]$  (axa rabaterii),
- se duc perpendiculare din vârfurile proiecției poligonului de intersecție pe planul orizontal,  $e, f, g$  și, la intersecția acestora cu paralelele anterior trasate, se vor afla vârfurile triunghiului  $\Delta EFG$  (poligonul de intersecție), în adevărată mărime.

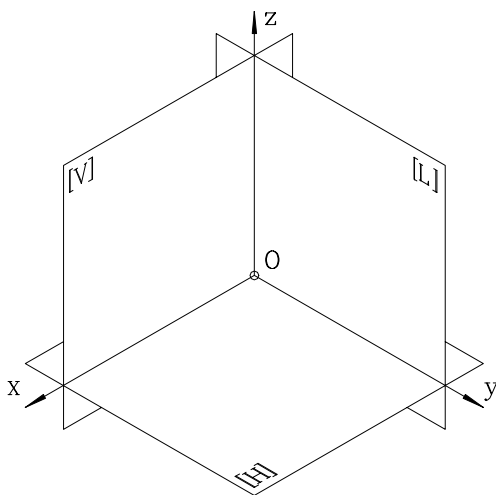
### 15.2. APLICAȚII

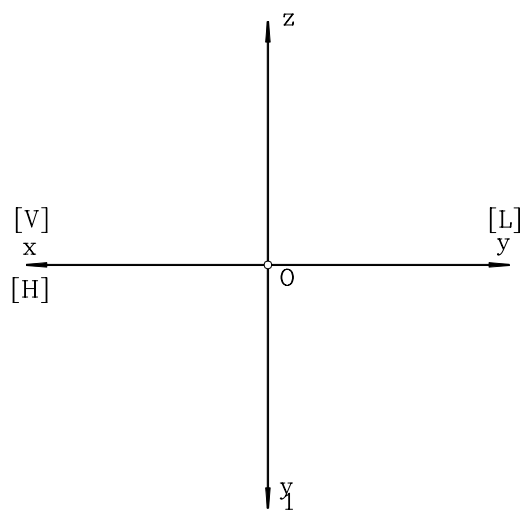
1. Fie prisma triunghiulară oblică, având bazele  $\Delta[ABC]$  și  $\Delta[A_1B_1C_1]$  situate, prima în planul orizontal de proiecție, iar a doua într-un plan perpendicular pe planul vertical de proiecție și înclinat față de planul orizontal. Un planul  $[P]$  secant secționează această prismă. Să se determine, în epură, adevărata mărime a triunghiului rezultat în urma secționării.



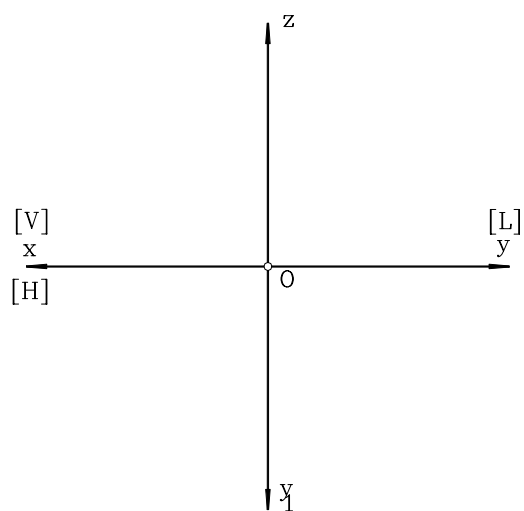
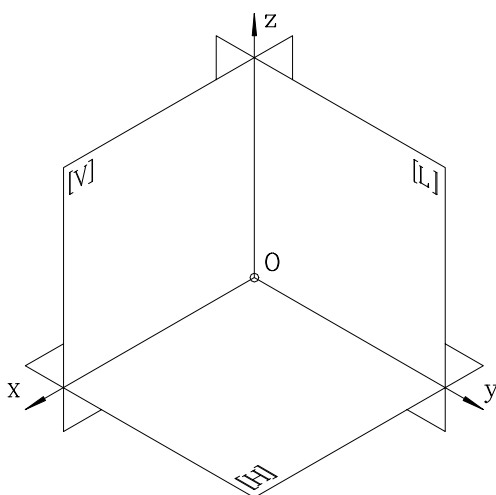


2. O prismă triunghiulară oblică, cu bazele aflate pe două plane de proiecție, este secționată cu un plan perpendicular pe al treilea plan de proiecție. Să se determine adevărata mărime a poligonului de secționare.





3. Se consideră un con circular drept  $\{S_1O_1\}$ , unde  $S_1$  este vârful conului, iar  $O_1$  centrul cercului bazei acestuia, care se află în planul orizontal de proiecție. Ce figură geometrică plană rezultă prin secționarea acestui con cu un plan de capăt (perpendicular pe planul vertical)?



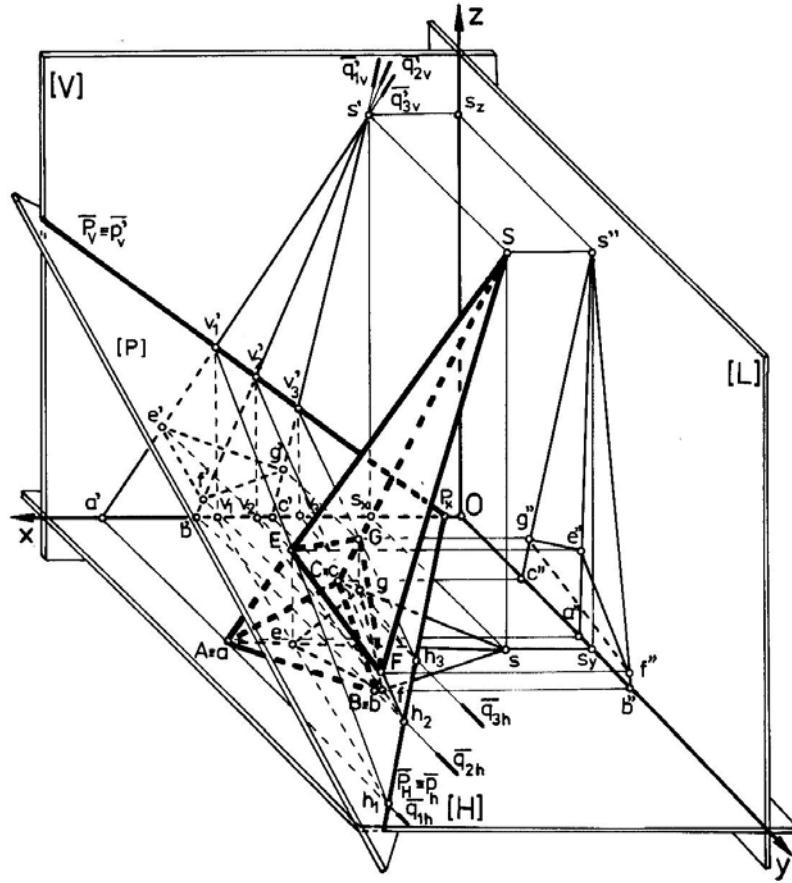


Figura 15.1

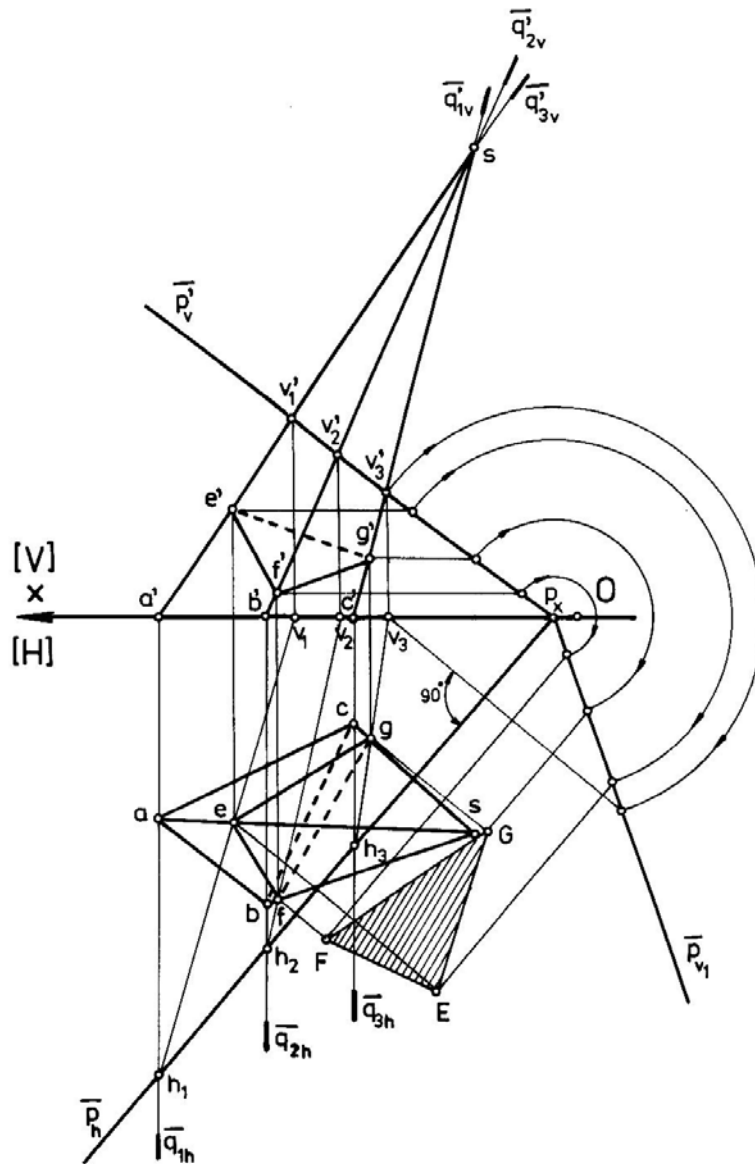


Figura 15.2

**Observație**

Se va avea în vedere teorema lui **Dandelin**, care afirmă că:

- ◆ dacă planul dus prin vârful conului, paralel la planul secant nu secționează conul, atunci figura geometrică plană rezultată în urma secționării cu planul secant dat este o elipsă,
- ◆ dacă planul dus prin vârful conului, paralel la planul secant este tangent la con, atunci figura geometrică plană rezultată este o parabolă,
- ◆ dacă planul dus prin vârful conului, paralel la planul secant secționează conul, atunci figura geometrică plană rezultată este o hiperbolă.

4. Se consideră un con circular drept având baza un cerc cu centrul în  $\Omega$  și raza  $R$ , iar vârful conului  $S$ . Conul este secționat cu un plan oarecare  $[P](p_h, p_v, p_r)$  a cărui urmă verticală  $P_v = p_v'$  intersectează axa  $Ox$  în punctul  $P_x$  și trece prin punctul  $V$ , iar urma orizontală trece prin punctul  $H$ . Să se afle conturul secțiunii realizate de planul  $[P]$  în con. Să se determine apoi adevărata mărime. (Planul  $[P]$  se construiește cunoscând punctul de intersecție dintre urmele sale pe planul vertical și orizontal, precum și câte un punct situat pe fiecare dintre aceste două urme:  $V$ , respectiv  $H$ ).

**MOD DE LUCRU**

Se vor respecta etapele de mai jos:

- se reprezintă în epură cele trei plane de proiecție,
- se construiește conul și planul secant  $[P]$ ,

- se alege un număr de generatoare  $i$  ( $i=1, \dots, n$ ), fiind indicate în mod special cele ce trec prin punctele particulare. În fig.15.3 s-au ales 12 generatoare (SA, SB, SC, SD, SE, SF, SG, SI, SJ, SK, SL, SM) care se intersectează cu planul [P] în punctele I, II, ..., XII,
- se aleg convenabil plane auxiliare, care conțin generatoarele și au o poziție particulară față de planele de proiecție (în cazul prezentat planele alese sunt perpendiculare pe planul vertical):

$$SA \in [Q_1] \Rightarrow s'a' \equiv q'_{1v}; a \in q_{1h}$$

$$SB, SM \in [Q_2] \Rightarrow s'b' \equiv s'm' \Rightarrow q'_{2v}; b, m \in q'_{2v}$$

$$SG \in [Q_7] \Rightarrow s'g' \equiv q'_{7v}; g \in q_{7h}$$

$$[Q_1] \cap [P] \Rightarrow V_1H_1(v_1h_1; v'_1h'_1)$$

$$[Q_2] \cap [P] \Rightarrow V_2H_2(v_2h_2; v'_2h'_2)$$

$$[Q_7] \cap [P] \Rightarrow V_7H_7(v_7h_7; v'_7h'_7)$$

$$V_1H_1 \cap SA \Rightarrow I(1, 1', 1'')$$

$$V_2H_2 \cap SB \Rightarrow II(2, 2', 2'')$$

$$V_2H_2 \cap SM \Rightarrow XII(12, 12', 12'')$$

$$V_7H_7 \cap SG \Rightarrow VII(7, 7', 7'').$$

În acest mod s-au obținut proiecțiile punctelor rezultate din secționarea conului cu planul secant. Poziția secțiunii obținute fiind oarecare în spațiu, se va afla adevărata mărime folosind metoda rabaterii (fig.15.4).

### EXEMPLU NUMERIC

Cunoscând coordonatele vârfului conului  $S(45, 40, 100)$ , ale centrului cercului bazei,  $\Omega(45, 40, 0)$  și raza acestui cerc,  $R = 30$  mm., să se determine curba rezultată în urma secționării conului cu planul [P], construit cunoscând punctele  $P_x(-24, 0, 0)$ ,  $V(70, 0, 50)$  și  $H(75, 130, 0)$  (fig.15.3, fig.15.4).

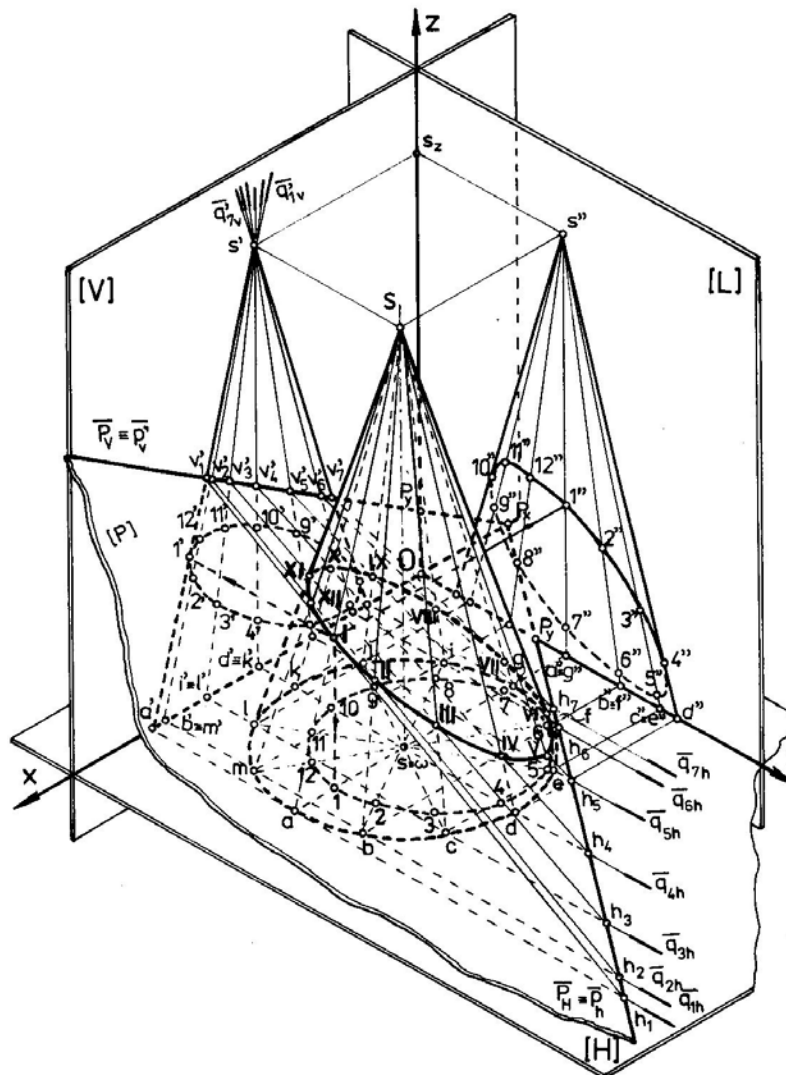


figura 15.3

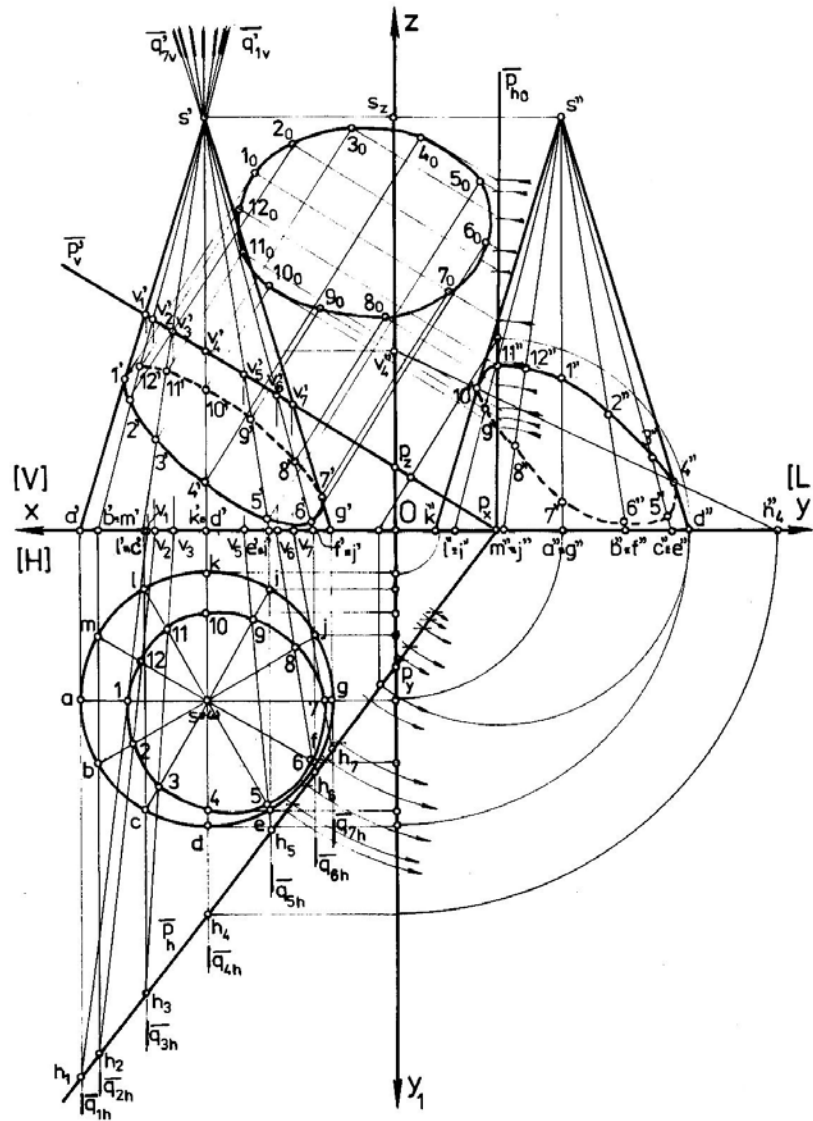


Figura 15.4

## 16.CONSTRUCȚIA GRAFICĂ A DESFĂȘURATELOR CORPURILOR GEOMETRICE

### 16.1.GENERALITĂȚI

În practică, se întâlnesc frecvent corpuri geometrice al căror interior este gol, fiind definite de plane sau suprafețe curbe care formează suprafețele laterale și bazele acestora. Pentru obținerea acestor corpuri sunt utilizate materiale, ca de exemplu table subțiri, care urmează un proces tehnologic de decupare și, apoi, de îndoire pe contururi bine definite. Aflarea adevăratei mărimi a suprafeței corpurilor geometrice constituie subiectul ce va fi prezentat, în continuare, după care se prezintă desfășurarea intersecției de corpuri geometrice.

### 16.2. CONSTRUCȚIA GRAFICĂ A DESFĂȘURATEI UNEI PIRAMIDE ȘI A TRUNCHIULUI DE PIRAMIDĂ

În figura 16.1. este prezentată o piramidă oblică  $\{SABC\}$ , cu baza  $\Delta[ABC]$  conținută în planul orizontal de proiecție  $[H]$ , secționată de un plan oarecare  $[P]$ , dat prin urmele sale  $P_H$  și  $P_V$ . Acest plan conduce la obținerea trunchiului de piramidă cu vârfurile muchiilor  $A, B, C, E, F, G$ .

Pentru a determina desfășurata celor două corpuri geometrice rezultate în urma secționării, este necesar să se cunoască adevărata mărime a muchiilor piramidei și trunchiului de piramidă precum și a celor două baze  $[ABC]$ ,  $[EFG]$ . Utilizând cunoștințele prezentate în capitolele referitoare la metodele geometriei descriptive (v.cap.11,12 și 13), vom afla adevărata mărime a muchiilor, folosind rotația de nivel pentru o dreaptă, iar pentru a determina adevărata mărime a bazei trunchiului de piramidă  $[EFG]$ , vom apela la metoda rabaterii.

În figura 16.2.a. este prezentată desfășurata piramidei  $\{SABC\}$ , care s-a construit pornind de la segmentul  $S_0A_0$  și a arcelor de cerc  $S_0B_0$ ;  $S_0C_0$ ;  $A_0B_0$ ;  $B_0C_0$ ;  $C_0A_0$ , măsurate în adevărată mărime de pe desenul din figura 16.1.

Determinarea adevăratei mărimi a segmentelor  $S_0E_0$ ,  $S_0F_0$ ,  $S_0G_0$  precum și a bazei  $[E_0F_0G_0]$ , a condus la obținerea desfășuratei trunchiului de piramidă  $\{ABCDEFG\}$ , prezentată în figura 16.2.b.

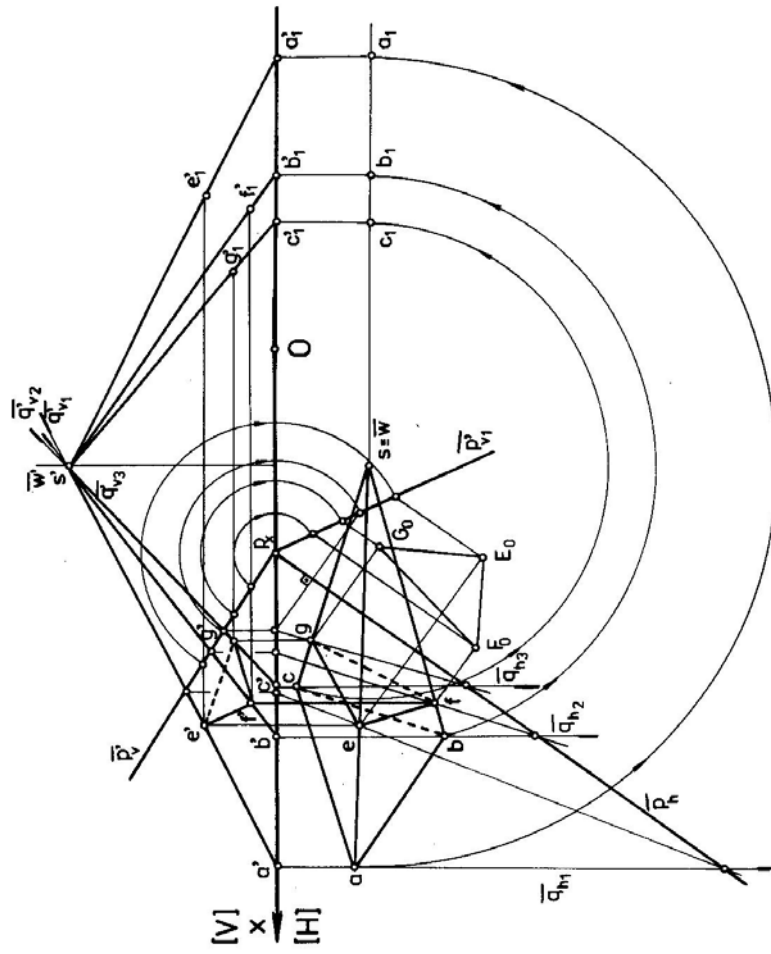


Figura 16.1



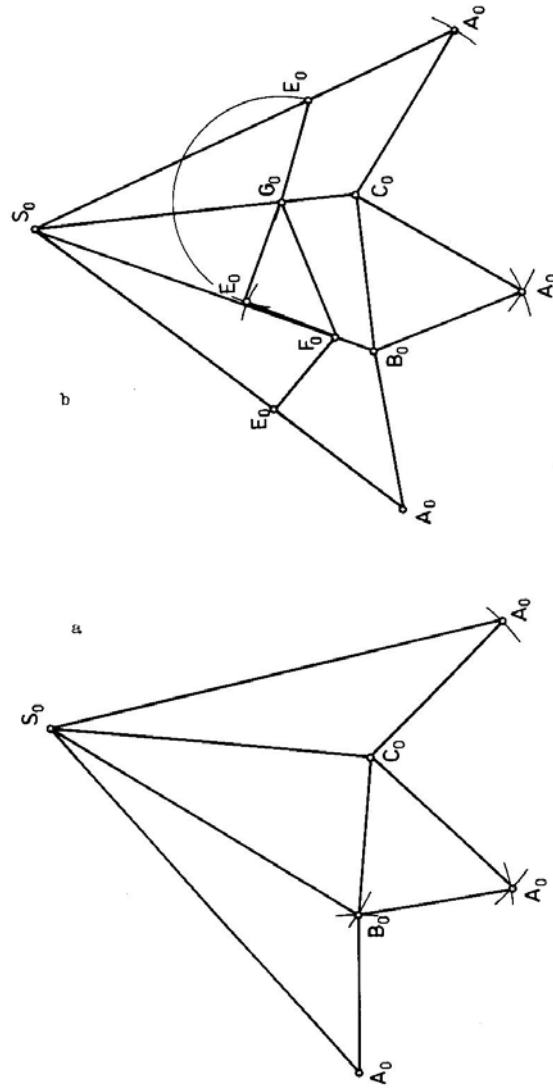


Figura 16.2

### 16.3.APLICAȚII

1. Să se construiască desfășuratele următoarelor corpuri geometrice:
  - ◆ un con circular oblic, cu baza aflată în planul orizontal de proiecție,
  - ◆ o piramidă triunghiulară oblică, cu baza aflată în planul orizontal de proiecție, secționată cu un plan oarecare și să se determine desfășurata poligonului de secționare.
2. Să se construiască desfășurata unei prisme drepte cu bazele hexagonale, paralele cu planul orizontal de proiecție.
3. O piramidă dreptunghiulară oblică are baza situată în planul orizontal de proiecție. Să se determine desfășurata piramidei.

## BIBLIOGRAFIE

1. Cernat, C. - Geometrie descriptivă - Curs pentru uzul studenților, Editura Universității din Sibiu, 1995.
2. Cernat, C., Chiliban, M., Dumitrașcu. D. - Geometrie descriptivă - Indrumător pentru lucrări de laborator, Editura Universității din Sibiu, 1995.
3. Moncea, J. - Geometrie descriptivă și desen tehnic, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1982.
4. Tănăsescu, A. - Geometrie descriptivă, perspectivă, axonometrie, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1979.
5. Warren, J. - Fundamentals of Engineering Drawing, Prentice Hall, New Jersey, 1965.
6. Herbert, W.,Y. - Engineering Graphics, PWS Engineering, Boston,1985.